

Tweede deeltentamen Kansrekening I voor BWI

30 maart 2005, 10.30-12.30

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven en een bijlage. Er zijn 30 punten te behalen (cijfer=(aantal punten)/3). Geef een duidelijke toelichting bij de antwoorden! Het gebruik van een rekenmachine is toegestaan. Na de correctie liggen de tentamens ter inzage op het onderwijsbureau. Veel succes!

1. Laat X een continue stochast zijn met dichtheidsfunctie

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^4} & \text{als } x \geq 1, \\ 0 & \text{anders,} \end{cases}$$

hierbij is c een nog te berekenen constante.

- (a) (3 punten) Bereken c .
- (b) (3 punten) Bereken de cumulatieve verdelingsfunctie van X .
- (c) (3 punten) Bereken de variantie van X .
- (d) (3 punten) Bereken de dichtheid van $Y = \log(X)$ (met $\log(X)$ wordt de natuurlijke logaritme van X bedoeld).

2. De stochast W is normaal verdeeld met $E(W) = 5$ en $\text{Var}(W) = 16$.

- (a) (3 punten) Druk $P(W^2 < 9)$ uit in termen van de verdelingsfunctie Φ van de standaard normale verdeling. Geef een benadering van deze kans met behulp van tabel 5.1 (zie bijlage).
- (b) (3 punten) Bepaal met behulp van tabel 5.1 de constante d zodat $P(|W - 5| < d) = 0.95$.

3. Laat X en Y continue stochasten zijn met gezamenlijke dichtheidsfunctie

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y}{2} e^{-y|x| - y + 2} & \text{als } x \in \mathbb{R} \text{ en } y \geq 2, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

- (a) (3 punten) Bereken de marginale dichtheidsfunctie van Y .
- (b) (3 punten) Zijn X en Y onafhankelijk? Waarom?
- (c) (3 punten) Bereken $P(X > 3, Y > 3)$.

4. (3 punten) Laat X en Y continue stochasten zijn met gezamenlijke dichtheidsfunctie

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-y} & \text{als } x \in [-1, 1] \text{ en } y \geq 0, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

Bereken $P(Y > |X|)$.

