Inleiding Wiskundige Economie (Deel 1)

Dr. Harold Houba

Datum: 15.15-17.00, 25 Maart, 2008.

In geval van problemen: dr. Rene van den Brink, 020 598 5483, 1A-42.

Tentamenuitslag: Woensdag 9 April, 2008

Inzage:
Maandag 14 April: 13.30-14.30, in 1A-22
Of op afspraak bij verhindering.

Korte uitwerkingen: Blackboard (uiteraard pas na afloop)

Dit tentamen bevat 4 vragen en 3 paginas!

Vraag 1: 4 items,
Vraag 2: 3 items,
Vraag 3: 3 items,
Vraag 4: 2 items.

Het maximum aantal punten per onderdeel is 8, behalve onderdeel 3.a (12pt).
Het maximum aantal punten per Vraag is 32, 24, 28 en 16.

Verhoog de score van je tentamen door eerst de vragen te beantwoorden die je het beste beheerst.

Veel succes!

1. In deze vraag komen enkele basisbegrippen uit het boek van Varian, de Syllabus en/of het Hoorcollege aan de orde.

   (a) Definieer in woorden de inkomenselasticiteit van de vraag naar goed j, $j = 1, \ldots, n$, geef de formule voor deze elasticiteit en geef de conditie waaronder goed j een noodzakelijk goed is.

   (b) Definieer de *inverse vraagfunctie* naar goed 2 en bepaal deze als $d(\underline{p}, m) = (\frac{p_2}{p_1}, \frac{m}{p_2} - 1)^\top$ met $m \geq p_2$.

   (c) Geef de definitie van een homogene funktie en bepaal hiermee voor welke a en b de funktie $\frac{mp_2^a}{p_1} + p_2^{a-b}p_1$ een indirecte nutsfunktie $v(\underline{p}, m)$ voorstelt. **Hint:** Is $v(\underline{p}, m) = u(d(\underline{p}, m))$ homogeen in $\underline{p}$ en m? En zo ja, van welke graad?

   Stel we observeren tweemaal het keuzegedrag van een consument onder de veronderstelling dat deze een zwakke voorkeursrelatie heeft die een reguliere nutsfunctie voortbrengt. De eerste observatie is de keuze $\underline{x}^1 \in B(\underline{p}^1, m^1)$ bij de prijzen $\underline{p}^1$ en inkomen m^1 en de tweede observatie is de keuze $\underline{x}^2 \in B(\underline{p}^2, m^2)$ van een consument bij de prijzen $\underline{p}^2$ en inkomen m^2.

   d. Voldoen $\underline{x}^1 \neq \underline{x}^2$ aan het Zwakke Axioma van Gebleken Voorkeur (WARP) als $\underline{x}^1 \in B(\underline{p}^2, m^2)$ en $\underline{x}^2 \in B(\underline{p}^1, m^1)$? Geef een duidelijke toelichting.

2. Gegeven is een zwakke voorkeursrelatie $\succeq$ op de goederenruimte $Q = \mathbb{R}^2_+$ met de volgende omschrijving: $\underline{x} \succeq \underline{y} \iff |x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$. Bijvoorbeeld, $\underline{x} = (0, 2)^\top$ en $\underline{y} = (1, 0)^\top$ impliceert $\underline{x} \succeq \underline{y}$.

   (a) Teken de verzamelingen $W(\underline{\hat{y}})$, $I(\underline{\hat{y}})$,en $V(\underline{\hat{y}})$ in het punt $\underline{\hat{y}} = (1, 2)^\top$. **Hint:** Welke twee ongelijkheidsrestrikties legt $|a| \geq 1$ aan a op en hoe vertalen deze naar $x_1 - x_2$?

   (b) Aan welke van de eigenschappen Volledig, Transitief, Reflexief en Continu voldoet $\succeq$? Een **eenregelige** motivatie per eigenschap volstaat.

   (c) Geef de definitie van $\succeq$ is Zwak Monotoon. Is $\succeq$ Zwak Monotoon? Motiveer je antwoord.

   (d) Geef de definitie van $\succeq$ is Convex. Is $\succeq$ Convex? Motiveer je antwoord.

3. De **reguliere** nutsfunctie $u : Q \to \mathbb{R}$, met $Q = \mathbb{R}^2_+$, wordt gegeven door $u(\underline{x}) = x_1 x_2$. en de budgetverzameling $B(\underline{p}, m) = \left\{\underline{x} \in Q | \underline{p}^\top \underline{x} \leq m\right\}$, met $\underline{p} \gg \underline{0}$ en $m > 0$.

   (a) (12 pt) Bereken de Hicksiaanse vraagfunktie $h(\underline{p}, \hat{u})$ (4pt) en de uitgavenfunktie $e(\underline{p}, \hat{u}) = 2\sqrt{\hat{u} p_1 p_2}$ (4pt) mbv. de Lagrange methode voor het *duale* probleem (4pt).

   (b) Bereken **mbv. a** de indirecte nutsfunctie en de Marshalliaanse vraagfunctie $d(\underline{p}, m) = (\frac{m}{2p_1}, \frac{m}{2p_2})^\top$.
   Opmerking: Geef voldoende tussenstappen waaruit blijkt dat je de stof beheerst. Antwoorden mbv. de Lagrange methode voor het primale probleem en/of de Identiteit van Roy worden **fout gerekend**!

   (c) Stel $\underline{p} = (4, 5)^\top$ en $m = 80$. Bereken de **exacte** Hicksiaanse Slutsky inkomens- en substitutie-effect van de vraag naar goed 2 als de prijs van goed 2 daalt met 20%.
   Hint: Bepaal eerst grafisch de gevraagde berekening (2pt)?

4. In deze vraag wordt kennis van kleine formele bewijzen getoetst. Hoe dichter je eigen bewijs lijkt op het bewijs zoals behandeld in de syllabus cq. colleges, hoe meer punten je verdient. **Ter ondersteuning mag je een tekening bijgevoegen als je denkt dat dit de duidelijkheid ten goede komt.**

   Gegeven is een tweemaal partieel-differentieerbare en **reguliere** nutsfunctie $u : Q \to \mathbb{R}$, met $Q = \mathbb{R}^2_+$, een prijsvector $\underline{p} \gg \underline{0}$ en inkomen $m > 0$. Dit is voldoende voor het bestaan van een beste element of nutsmaximaliserende bundel $\underline{x}^*$ in $B(\underline{p}, m) = \left\{\underline{x} \in Q | \underline{p}^\top \underline{x} \leq m\right\}$.

   (a) Bewijs dat de nutsmaximaliserende bundel $\underline{x}^* \in B(\underline{p}, m)$ uniek is.

   (b) Geef de stelling van Slutsky en bewijs deze stelling. **Hint:** Welke identiteit wordt aan de linker en rechterkant partiëel gedifferentiëerd?