Inleiding Wiskundige Economie (Deel 1 en 2)

Dr. Rene van den Brink en Dr. Harold Houba

Datum: 8.45-11.30, 29 Mei, 2007.

In geval van problemen: ***, 020 598 6014, 1A-22.

Tentamenuitslag: Maandag ***, 2007

Inzage:
Dinsdag ***: 13.30-14.30, in 1A-22
Of op afspraak bij verhindering.

Korte uitwerkingen: Blackboard (uiteraard pas na afloop)

Dit tentamen bevat *** vragen en *** paginas!

Deel 1
Vraag 1: 4 items,
Vraag 2: 3 items,
Vraag 3: 3 items,
Vraag 4: 2 items.

Het maximum aantal punten per onderdeel is 4, behalve onderdeel 4b (6pt).
Het maximum aantal punten per vraag is 16, 12, 12 en 10.

Deel 2
Vraag 5: * items,
Vraag *: * items,
Vraag *: * items,
Vraag *: * items.

Verhoog de score van je tentamen door eerst de vragen te beantwoorden die je het beste beheerst.

Veel succes!

Deel 1: Tentamen Inleiding wiskundige economie

1. In deze vraag komen enkele basisbegrippen uit het boek van Varian, de Syllabus en/of het Hoorcollege aan de orde.

   (a) Definieer de basisbegrippen prijsverhouding en prijs. Geef vervolgens de relatie tussen deze twee onder aanname van het Axioma van een Wrijvingloze Markt.

   (b) Definieer het inkomensexpansiepad (income offer curve) en bepaal deze als

$$d(\underline{p}, m) = \begin{cases} (0, \frac{m}{p_2})^\top, & \text{als } m < \frac{p_1^2}{p_2}, \\ (\frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{p_2}, \frac{p_1^2}{p_2^2})^\top, & \text{als } m \geq \frac{p_1^2}{p_2}. \end{cases}$$

   (c) Definieer de kruiselingse elasticiteit van goed 1, bereken deze als $d(\underline{p}, m) = (\frac{2m}{2p_1+5p_2}, \frac{5m}{2p_1+5p_2})^\top$ en bepaal hiermee of goed 1 een substituut of complement van goed 2 is.

   Stel we observeren tweemaal het keuzegedrag van een consument onder de veronderstelling dat deze een zwakke voorkeursrelatie heeft die volledig, transitief, continu, monotoon en strikt convex is. De eerste observatie is de keuze $\underline{x}^1 \in B(\underline{p}^1, m^1)$ bij de prijzen $\underline{p}^1$ en inkomen m^1 en de tweede observatie is de keuze $\underline{x}^2 \in B(\underline{p}^2, m^2)$ van een consument bij de prijzen $\underline{p}^2$ en inkomen m^2.

   (d) Geef de definities van directe en indirecte gebleken voorkeur en bepaal of er sprake is van directe of indirecte gebleken voorkeur tussen $\underline{x}^1$ en $\underline{y}$ als $\underline{x}^1 \notin B(\underline{p}^2, m^2)$, $\underline{x}^2 \in B(\underline{p}^1, m^1)$ en $\underline{y}$ behoort tot $B(\underline{p}^2, m^2)$? Geef een duidelijke toelichting.

2. Gegeven is een zwakke voorkeursrelatie $\succeq$ op de goederenruimte $Q = \mathbb{R}^2_+$ met de volgende omschrijving: $\underline{x} \succeq \underline{y} \iff -x_1^2 - x_2^2 > -y_1^2 - y_2^2$.

   (a) Teken de verzamelingen $W(\hat{\underline{x}})$, $I(\hat{\underline{x}})$,en $V(\hat{\underline{x}})$ in het punt $\hat{\underline{x}} = (1, 2)^\top$.

   (b) Aan welke van de eigenschappen Volledig, Transitief, Reflexief en Continu voldoet $\succeq$? Een **eenregelige** motivatie per eigenschap volstaat, zoals deze ook zijn gegeven in de Verkorte Antwoorden op Blackboard.

   (c) Geef de definitie van $\succeq$ is Monotoon en ga na of $\succeq$ Monotoon is.

3. Gegeven is een tweemaal partieel-differentieerbare en **reguliere** nutsfunctie $u : Q \to \mathbb{R}$, met $Q = \mathbb{R}^2_+$, en een niet-lege, gesloten, begrensde en convexe budgetverzameling $B(\underline{p}, m)$, met $\underline{p} \gg \underline{0}$ en $m > 0$. Van deze nutsfunctie is enkel de gecompenseerde of Hicksiaanse vraagfunctie bekend, die is gegeven als

$$h(\underline{p}, \bar{u}) = \left(-\frac{1}{\bar{u}} \left[1 + \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} \right], -\frac{1}{\bar{u}} \left[1 + \sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \right] \right)^\top, \qquad \bar{u} < 0.$$

Ga er vanuit dat aan de voorwaarde $\bar{u} < 0$ is voldaan.

(a) Bereken de indirecte nutsfunctie van de consument.

(b) Lat mbv berekeningen zien dat de Marshalliaanse vraagfunctie $d(\underline{p}, m) = (\frac{m}{p_1 + \sqrt{p_1 p_2}}, \frac{m}{p_2 + \sqrt{p_1 p_2}})^\top$.
Hint: Gebruik een tussen-antwoord van onderdeel a. ipv de Identieit van Roy. Gebruik ook dat $p_1 + p_2 + 2\sqrt{p_1 p_2} = (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2$

(c) Stel $\underline{p} = (1, 1)^\top$ en $m = 10$. Bereken mbv. de Stelling van Slutsky de eerste-orde benadering Slutsky vergelijking van de vraag naar goed 2 als de prijs van goed 1 verandert met $\Delta p_1 = 1$.
Hint: Hoe luidt de Stelling van Slutsky (2pt)?

4. In deze vraag wordt kennis van kleine formele bewijzen getoetst. Hoe dichter je eigen bewijs lijkt op het bewijs zoals behandeld in de syllabus cq. colleges, hoe meer punten je verdient. **Ter ondersteuning mag je een tekening bijgevoegen als je denkt dat dit de duidelijkheid ten goede komt.**

(a) Gegeven is de Marshalliaanse vraagfunctie $d(\underline{p}, m) = (\frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{p_2}, \frac{p_1^2}{p_2^2})^\top$. Bepaal voor de vraag naar goed 1 met behulp van de Wet van Euler de graad van homogeniteit in $\underline{p}$ en m (2pt).
Hint: Hoe luidt de Wet van Euler (2pt)?

(b) (6pt) Gegeven is een quasi-lineaire nutsfunctie $u : Q \to \mathbb{R}$, met $Q = \mathbb{R}^2_+$, gegeven door $u(x_1, x_2) = x_1 + v(x_2)$ met v een concave stijgende functie. Bewijs (2pt) met behulp van de *definitie* (2pt) van een quasi-concave functie dat de nutsfunctie u quasi-concaaf is.
Hint: Hoe luidt de definitie van een concave functie toegepast op v (2pt)?