

Hertentamen

Inleiding Wiskundige Economie

24 augustus 2006

August 2006

Per onderdeel staat tussen haakjes het aantal punten aangegeven.

Dit tentamen is nagekeken op maandag, 7 september. Het tentamen is beschikbaar ter inzage vanaf 7 september (Kamer 1A-17) op afspraak.

Beschikbare tijd:

Volledig tentamen: Alle opgaven, 2 uur en 45 minuten.

Alleen Deel II: Opgaven 3 t/m 5, 1 uur en 30 minuten.

Veel succes!

Deel I

Opgave 1. (25 punten) Beschouw een situatie met twee consumptiegoederen. Zij $\gamma \in \mathbb{R}$ een gegeven parameter. Beschouw de functie $h: \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^2$ gegeven door

$$h_1(p_1, p_2, u) = \gamma p_1^{\gamma-1} p_2^{1-\gamma} u \quad (1)$$

$$h_2(p_1, p_2, u) = (1 - \gamma) p_1^\gamma p_2^{-\gamma} u \quad (2)$$

waarbij u het nutsniveau van de consument is en $p_1 \geq 0$ en $p_2 \geq 0$ de marktprijzen van de twee consumptiegoederen zijn.

- (a) (7 punten) Voor welke waarden van γ is de gegeven functie inderdaad een Hicksiaanse vraagfunctie? Licht je antwoord toe met een precieze omschrijving van de vereiste eigenschappen.

- (b) (8 punten) Voor $\gamma > 1$ is duidelijk te zien dat $\partial h_1 / \partial p_1 > 0$. Betekent dit dat we hier te maken hebben met Giffen goederen? Leg duidelijk uit wat Giffen goederen zijn en of de gegeven Hicksiaanse vraagfunctie h_1 hier betrekking op heeft.
- (c) (10 punten) Leidt voor $\gamma = \frac{1}{2}$ de Marshalliaanse vraagfunctie d voor deze consument af van de gegeven Hicksiaanse vraagfunctie h . Bereken tevens de uitgavenfunctie e corresponderende met de gegeven Hicksiaanse vraagfunctie.

Opgave 2. (Totaal 25 punten) Gegeven is een consumptiesituatie met twee goederen. Een generieke consumptiebundel is gegeven door $(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$. Beschouw de volgende nutsfunctie:

$$u(x, y) = \min\{\alpha x + y, x + 2y\} + 6, \quad (3)$$

waarbij $\alpha \geq 0$.

- (a) (7 punten) Zij $\alpha = 0.5$. Aan welke eigenschappen voldoen de corresponderende preferenties voor deze consument? Ga zorgvuldig deze eigenschappen na.
- (b) (8 punten) Bepaal voor welke waarden van $\alpha \geq 0$ deze functie inderdaad een neo-klassieke nutsfunctie is.
- (c) (10 punten) Zij $\alpha = 2$. Bepaal de Marshalliaanse vraagfunctie d bij de gegeven nutsfunctie voor de gegeven waarde van α . Bereken de corresponderende indirecte nutsfunctie v .

Deel II

Opgave 3. (Totaal 17 punten)

Gegeven is een markteconomie met twee consumenten en drie goederen. Consument A heeft als nutsfunctie $u^A(\underline{x}^A) = x_1^A x_2^A x_3^A$ en beginvoorraad $\underline{w}^A = (2, 0, 1)^\top$. Consument B heeft als nutsfunctie $u^B(\underline{x}^B) = (x_1^B)^2 (x_2^B)^3 x_3^B$ en beginvoorraad $\underline{w}^B = (1, 1, 1)^\top$.

- (a) (5 punten) Laat zien dat de individuele (Marshalliaanse) vraagfuncties voor deze consumenten gelijk zijn aan

$$d^A(\underline{p}) = \left(\frac{2p_1 + p_3}{3p_1}, \frac{2p_1 + p_3}{3p_2}, \frac{2p_1 + p_3}{3p_3} \right)^\top$$

en

$$d^B(\underline{p}) = \left(\frac{2p_1 + 2p_2 + 2p_3}{6p_1}, \frac{3p_1 + 3p_2 + 3p_3}{6p_2}, \frac{p_1 + p_2 + p_3}{6p_3} \right)^\top$$

- (b) (4 punten) Geef de geaggregeerde vraagoverschotfunctie voor deze markteconomie.
- (c) (4 punten) Laat zien dat deze geaggregeerde vraagoverschotfunctie voldoet aan de Wet van Walras.
- (d) (4 punten) Bepaal Walras evenwichtsprijzen.

Opgave 4. (Totaal 26 punten)

Gegeven is een kostenfunctie $c(y)$ die is afgeleid uit een reguliere productiefunctie.

- (a) (8 punten) Laat zien dat de marginale kostencurve $MC(y)$ de gemiddelde kostencurve $AC(y)$ snijdt in het punt waar de gemiddelde kostencurve haar minimum aanneemt.

Gegeven is een producent die één outputgoed produceert met alleen variabele inputgoederen volgens kostenfunctie

$$c(y) = \frac{1}{3}y^3 - y^2 + y$$

De producent gedraagt zich als volledige mededinger.

(b) (5 punten) Laat zien dat de aanbodfunctie van deze producent gelijk is aan

$$s(p) = \begin{cases} 0 & \text{als } p < \frac{1}{4} \\ 1 + \sqrt{p} & \text{als } p \geq \frac{1}{4}. \end{cases}$$

Stel dat er op een markt 100 van deze producenten zijn. De marktvraagfunctie is gelijk aan $D(p) = 300 - 300p$.

(c) (5 punten) Bereken de lange termijn volledige mededingingsevenwichtsprijs.

(d) (3 punten) Hoeveel producenten zijn in het lange termijn evenwicht actief?

Stel nu dat op deze markt twee producenten (1 en 2) actief zijn die ieder hetzelfde outputgoed produceren volgens kostenfunctie $C(y_i) = \frac{3}{4}y_i$, $i \in \{1, 2\}$.

(e) (5 punten) Bereken de Cournot evenwichtsprijs.

Opgave 5. (Totaal 7 punten)

Gegeven is de volgende sequentiële spelsituatie met twee spelers. Speler 1 begint en kiest uit de acties ‘Boven’ of ‘Onder’. Als speler 1 ‘Onder’ kiest dan is het spel afgelopen en verdienen beide spelers 2 Euro. Als speler 1 ‘Boven’ kiest dan is speler 2 aan de beurt en kan kiezen uit de acties ‘a’, ‘b’ of ‘c’. Als speler 2 actie ‘c’ kiest is het spel afgelopen en verdient speler 1 een bedrag van 2 euro en speler 2 een bedrag van 4 euro. Als speler 2 ‘a’ of ‘b’ kiest dan is speler 1 aan de beurt, en kan kiezen uit de acties ‘X’ of ‘Y’. Als speler 1 ‘X’ kiest is het spel afgelopen en verdienen beide spelers 1 euro. Als speler 1 ‘Y’ kiest is het spel ook afgelopen en verdient speler 1 een bedrag van 2 euro en speler 2 een bedrag van 0 euro. Er is sprake van perfecte informatie.

(a) (3 punten) Geef deze situatie weer als spel in extensieve vorm.

(b) (4 punten) Bepaal de (zuivere) Nash evenwichten van dit spel.