

Tentamen Inleiding Wiskundige Economie

29 mei 2006.

Tijdsduur: 2 uur en 45 minuten

Per onderdeel staat tussen haakjes het aantal punten aangegeven.

Dit tentamen is nagekeken op maandag, 19 juni. Het tentamen is beschikbaar ter inzage vanaf 19 juni (Kamer 1A-20 of 1A-17) op afspraak.

Volledig tentamen: Alle opgaven, tijd 2 uur en 45 minuten.

Alleen Deel II: Opgaven 3 t/m 5, tijd 1 uur en 30 minuten.

Veel succes!

Deel I

Opgave 1. (Totaal 25 punten) Beschouw een situatie met twee consumptiegoederen. Zij $\gamma \in \mathbb{R}$ een gegeven parameter. Beschouw de functie $\mathbf{d}: \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}_{++} \rightarrow \mathbb{R}_+^2$ gegeven door

$$d_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1^{1-\gamma} (p_1^\gamma + p_2^\gamma)} \quad (1)$$

$$d_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2^{1-\gamma} (p_1^\gamma + p_2^\gamma)} \quad (2)$$

waarbij $m > 0$ het inkomen van de consument is en p_1 en p_2 de marktprijzen van de twee consumptiegoederen zijn.

- (a) (7 punten) Voor welke waarden van γ zijn de gegeven functies inderdaad Marshalliaanse vraagfuncties? Licht je antwoord toe met een precieze omschrijving van de vereiste eigenschappen.

- (b) (10 punten) Leidt voor arbitraire waarden van de parameter γ de Hicksiaanse vraagfunctie h voor deze consument af van de gegeven Marshalliaanse vraagfunctie d . Bereken tevens de uitgavenfunctie e corresponderende met deze Hicksiaanse vraagfunctie.
- (c) (8 punten) Zij $\gamma = 1$. Gegeven is dat $m = 400$ en dat de prijzen gegeven zijn door $p_1 = p_2 = 20$. Stel dat de prijs van het eerste goed veranderd naar $p'_1 = 25$.
Bereken met behulp van de Slutsky vergelijking, de eerste orde benadering van de decompositie van het prijseffect in een substitutieeffect en een inkomenseffect.

Opgave 2. (Totaal 25 punten) Gegeven is een consumptiesituatie met twee goederen. Een generieke consumptiebundel is gegeven door $(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$. Beschouw de volgende nutsfunctie:

$$u(x, y) = \max\{\alpha x + y, x + 2y\},$$

waarbij $\alpha \geq 0$.

- (a) (7 punten) Zij $\alpha = 0.5$. Aan welke eigenschappen voldoen de corresponderende preferenties voor deze consument. Ga zorgvuldig deze eigenschappen na.
- (b) (8 punten) Bepaal voor welke waarden van $\alpha \geq 0$ deze functie inderdaad een neo-klassieke nutsfunctie is.
- (c) (10 punten) Zij $\alpha = 2$. Bepaal de Marshalliaanse vraagfunctie d bij de gegeven nutsfunctie voor deze waarde van α . Bereken de corresponderende indirecte nutsfunctie v .

Deel II

Opgave 3. (Totaal 15 punten)

Gegeven is een markteconomie met twee consumenten en twee goederen. Consument A heeft als nutsfunctie $u^A(\underline{x}^A) = x_1^A x_2^A$ en beginvoorraad $\underline{w}^A = (2, 1)^\top$. Consument B heeft als nutsfunctie $u^B(\underline{x}^B) = x_1^B (x_2^B)^3$ en beginvoorraad $\underline{w}^B = (1, 1)^\top$.

- (a) (6 punten) Laat zien dat de individuele vraagfuncties voor deze consumenten gelijk zijn aan

$$d^A(\underline{p}) = \left(\frac{2p_1 + p_2}{2p_1}, \frac{2p_1 + p_2}{2p_2} \right)^\top$$

en

$$d^B(\underline{p}) = \left(\frac{p_1 + p_2}{4p_1}, \frac{3(p_1 + p_2)}{4p_2} \right)^\top$$

- (b) (4 punten) Bepaal Walras evenwichtsprijzen.
(c) (5 punten) Beschouw de volgende drie allocaties

1. $(\underline{x}^A, \underline{x}^B) = ((\frac{2}{4}, 1)^\top, (\frac{3}{4}, 1)^\top)$
2. $(\underline{x}^A, \underline{x}^B) = ((2, \frac{5}{4})^\top, (1, \frac{3}{4})^\top)$
3. $(\underline{x}^A, \underline{x}^B) = ((3, 2)^\top, (0, 0)^\top)$

Geef van elk van deze drie allocaties aan of ze Pareto optimaal zijn.

Opgave 4. (Totaal 25 punten)

Gegeven is een producent die één outputgoed produceert met behulp van twee inputgoederen volgens de reguliere productiefunctie

$$f(\underline{x}) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

- (a) (6 punten) Laat zien dat de (lange termijn) kostenminimaliserende vraagfunctie gelijk is aan

$$d(\underline{w}, y) = \left(\left(\frac{yw_2}{w_1 + w_2} \right)^2, \left(\frac{yw_1}{w_1 + w_2} \right)^2 \right)^\top$$

- (b) (4 punten) Laat zien dat de (lange termijn) kostenminimaliserende kostenfunctie gelijk is aan

$$c(\underline{w}, y) = \frac{w_1 w_2 y^2}{w_1 + w_2}$$

Stel nu dat op korte termijn de hoeveelheid van inputgoed 2 vast ligt op $x_2^* = 1$. Verder neemt de producent de inputprijzen $w_1 = w_2 = 1$ als gegeven.

- (c) (6 punten) Bereken de (korte termijn) aanbodfunctie van de producent als hij zich als volledige mededinger gedraagt.

Stel dat de marktvraagfunctie naar het outputgoed gelijk is aan $D(p) = 10 - 2p$.

- (d) (4 punten) Bereken de korte termijn volledige mededingingsevenwichtsprijs.

Stel nu dat er twee producenten als in de onderdelen (c) en (d) op de markt actief zijn.

- (e) (5 punten) Hoeveel bieden de twee producenten aan indien zij zich volgens het Cournot model gedragen?

Opgave 5. (Totaal 10 punten)

Gegeven is de volgende sequentiële spelsituatie met twee spelers. Speler 1 kiest eerst uit de acties 'A' of 'B'. Als speler 1 'A' kiest is het spel afgelopen en verdienen beide spelers twee Euro. Als speler 1 'B' kiest is speler 2 aan de beurt en kan kiezen uit de acties 'a', 'b' en 'c'. Als speler 2 'a' kiest stopt het spel en krijgt speler 1 een uitbetaling van drie Euro en speler twee krijgt nul Euro. Als speler 2 'b' kiest stopt het spel ook, maar verdient speler 2 een uitbetaling van twee Euro, en speler 1 een uitbetaling van nul Euro. Als speler 2 'c' kiest komt speler 1 nog een keer aan de beurt, en kan kiezen uit 'X' en 'Y'. Als hij 'X' kiest dan verdient speler 1 een uitbetaling van één Euro, en speler 2 een uitbetaling van drie Euro. Als speler 1 'Y' kiest dan verdient speler 1 een uitbetaling van twee Euro, en speler 2 een uitbetaling van nul Euro.

- (a) (7 punten) Bepaal de (zuivere) Nash evenwichten van het bijbehorende extensieve vorm spel (met perfecte informatie).
- (b) (3 punten) Welke van deze Nash evenwichten is deelspel (subgame) perfect?