

Tentamen Inleiding Wiskundige Economie 30 mei 2005.

**Per onderdeel staat tussen haakjes het aantal punten aangegeven.
Inzage 3 juni, 11.00-12.00 uur (Kamer 1A-20 of 1A-17).**

**Volledig tentamen: Alle opgaven, tijd 2.45 uur,
Alleen Deel II: Opgaven 5, 6 en 7, tijd 1.30 uur.**

Opgave 1. (Totaal 5 punten)

Gegeven is een markteconomie met vier goederen. De ruilverhoudingen tussen de goederen 1 en 2, de goederen 2 en 4, en de goederen 3 en 4 zijn, respectievelijk, $p_{12} = 2$, $p_{24} = 3$, en $p_{34} = 5$. Geef de ruilverhouding p_{13} tussen goed 1 en goed 3 indien er sprake is van wrijvingsloze markten?

Opgave 2. (Totaal 12 punten)

Gegeven is een consument met de volgende preferentierelatie op de goederenruimte $Q = \mathbb{R}_+^2$:

$$\underline{x} \succeq \underline{y} \Leftrightarrow x_1 \geq y_1 \text{ of } x_2 \geq y_2 \quad (1)$$

- a. (4) Geef de indifferentieverzameling en de minstens-even-goed-als verzameling van goederenpakket $(3, 1)^\top \in Q$.
- b. (4) Laat zien dat deze preferentierelatie niet transitief is.
- c. (4) Is deze preferentierelatie weer te geven met een nutsfunctie? Zo ja, geef zo'n nutsfunctie. Zo nee, waarom niet?

Opgave 3. (Totaal 18 punten)

Gegeven is een consument met nutsfunctie u op de goederenruimte $Q = \mathbb{R}_+^n$ gegeven door

$$u(\underline{x}) = \min[x_1, 2x_2].$$

a. (4) Bepaal de gecompenseerde vraagfunctie van deze consument.

b. (4) Bepaal de uitgavenfunctie van deze consument.

Beschouw het inkomen $m = 12$ en de prijsvectoren $\underline{p}' = (1, 2)^\top$ en $\underline{p}^* = (1, 3)^\top$.

c. (3) Bereken voor deze consument exact het Hicks substitutie effect als gevolg van een prijsverandering van $\underline{p}'$ naar $\underline{p}^*$.

d. (3) Bereken voor deze consument exact het Hicks inkomens effect als gevolg van een prijsverandering van $\underline{p}'$ naar $\underline{p}^*$.

Beschouw de marktvraagfunctie $D(\underline{p}, M)$ gegeven door

$$D(\underline{p}, M) = \left(\frac{2M}{2p_1 + p_2}, \frac{M}{2p_1 + p_2} \right)^\top.$$

e. (4) Bepaal de kruislingse prijselasticiteit van goed 1 ten opzichte van goed 2 bij prijsvector $\underline{p} \in P$ en marktinkomen $M > 0$.

Opgave 4. (Totaal 15 punten)

Gegeven is een consument met reguliere nutsfunctie u op de goederenruimte $Q = \mathbb{R}_+^n$.

a. (5) Laat zien dat voor ieder tweetal goederen $i, j \in \{1, \dots, n\}$ geldt dat

$$\frac{\partial v(\underline{p}, m)}{\partial p_j} = \lambda(\underline{p}, m) \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial d_i(\underline{p}, m)}{\partial p_j},$$

waarin $\lambda(\underline{p}, m)$ de Lagrange multiplier van het nutsmaximaliseringsprobleem is. (Hint: Maak gebruik van het feit dat voor iedere $i \in \{1, \dots, n\}$ geldt dat $\lambda(\underline{p}, m) = \frac{\partial u(\underline{x})/\partial x_i}{p_i}$.)

b. (5) Bewijs de Identiteit van Roy. (Hint: Maak gebruik van het feit dat $\lambda(\underline{p}, m) = \frac{\partial v(\underline{p}, m)}{\partial m}$.)

Gegeven is een consument met indirecte nutsfunctie

$$v(\underline{p}, m) = \frac{4m^3}{27p_1(p_2)^2}.$$

c. (5) Bepaal de (Marshalliaanse) vraagfunctie van deze consument. (Hint: Gebruik de Identiteit van Roy.)

Deel II

Opgave 5. (Totaal 12 punten)

Gegeven is een economie met twee consumenten, A en B, en twee goederen, goed 1 en goed 2. De nutsfuncties van de consumenten worden gegeven door $u^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A$ en $u^B(x_1^B, x_2^B) = \min[x_1^B, x_2^B]$, met x_j^h de consumptie van goed j , $j = 1, 2$, door consument h , $h = A, B$. Het initieel bezit van de consumenten wordt gegeven door $\underline{\omega}^A = (4, 0)^\top$ en $\underline{\omega}^B = (0, 6)^\top$.

- a. (3) Geef de vraagfuncties van de twee consumenten en de geaggregeerde vraagoverschotfunctie.
- b. (3) Neem als prijsnormalisatie $p_2 = 1$ en bereken dan de evenwichtsprijs voor goed 1. Geef ook de bijbehorende evenwichtsallocatie.
- c. (2) Zij gegeven de bereikbare allocatie $\underline{x}^A = (a, b)^\top$ en $\underline{x}^B = (3, 3)^\top$. Voor welke waarden van a en b is deze allocatie Pareto efficient? Hoe groot is de verhouding van de marginale nutten van consument A in deze allocatie?
- d. (4) Teken de Edgeworth box en daarin het punt dat de beginallocatie $(\underline{\omega}^A, \underline{\omega}^B)$ weergeeft, het punt dat de onder b. gevonden evenwichtsallocatie weergeeft en het punt dat de onder c gevonden Pareto efficiente allocatie weergeeft. Teken (schematisch) ook de indifferentiecurven van de twee consumenten door de evenwichtsallocatie en door de Pareto efficiente allocatie.

Opgave 6. (Totaal 22 punten)

Firma Funcycling produceert sportfietsen uit halffabrikaten. De productiefunctie is $f(x) = \sqrt{2x - 40.000}$, waarbij x de input van halffabrikaten is. De inputprijs is $w = 1$.

De vraag naar sportfietsen wordt gegeven door de vraagfunctie $D(p) = 2000 - p$ met p de prijs van de sportfietsen.

- a. (3) Geef de kostenfunctie, de marginale kostenfunctie en de gemiddelde kostenfunctie van Funcycling.
- b. (2) Geef de korte termijn aanbodfunctie van Funcycling als functie van de prijs p .

In de volgende twee onderdelen, c en d, wordt verondersteld dat de sportfietzenmarkt een volledige mededingingsmarkt is, waarop producenten vrij kunnen toe- en uittreden en waarbij alle producenten zich als prijsnemer op deze markt gedragen. Alle producenten hebben dezelfde kostenfunctie.

c. (4) Hoe hoog is de korte termijn evenwichtsprijs als er behalve de firma Funcycling nog 3 andere producenten van sportfietzen op de markt actief zijn? Hoe groot is dan de winst en het producentensurplus per producent?

d. (4) Hoeveel producenten zullen er op lange termijn op deze markt actief zijn en hoe hoog is de lange termijn evenwichtsprijs? Hoe hoog is het producentensurplus per producent dan?

In de volgende twee onderdelen, e en f, wordt verondersteld dat Funcycling als monopolist op de markt van sportfietzen aanwezig is.

e. (2) Geef de inverse vraagfunctie $P(y)$.

f. (4) Hoe hoog is de monopolieprijs en hoeveel sportfietzen worden er dan verkocht? Hoeveel is de monopoliewinst van Funcycling?

g. (2) Hoe groot is de monopoliegraad van Lerner?

Opgave 7. (Totaal 16 punten)

Telecommaatschappij TelKom biedt totaalpakketten aan voor Internet, Telefoon en Tv. De totale afzet bedraagt 2 miljoen pakketten en de jaarlijkse winst is 100 euro per pakket. Kabelmaatschappij KITT overweegt te gaan concurreren met TelKom door ook totaalpakketten voor Internet, Telefoon en Tv te gaan verkopen. Om succesvol te kunnen toetreden is het nodig om extra service te bieden. KITT heeft daarbij echter twee mogelijkheden: **veel** of **weinig** extra service. Ongeacht de afzet kost veel extra service 50 miljoen euro per jaar, weinig extra service kost 20 miljoen euro per jaar. In beide gevallen kan TelKom op twee manieren reageren, namelijk **wel** of **geen** prijsverlaging van hun pakket, in het eerste geval is KITT gedwongen om ook hun pakket tegen deze lagere prijs aan te bieden. Zonder prijsverlaging maken beide maatschappijen een jaarlijkse winst van 100 euro per pakket, bij prijsverlaging is dit 60 euro per pakket. Voor KITT is dit de winst VOOR aftrek van de vaste jaarlijkse kosten van de extra service.

Als KITT niet tot de markt toetreedt, blijft de bestaande situatie gehandhaafd. Anders wordt de markt als volgt verdeeld. Als KITT veel extra service biedt, krijgen beide een marktaandeel van 50 procent, bij weinig extra service krijgt KITT een marktaandeel van 25 procent. Bij prijsverlaging gaat de totale afzet naar 4 miljoen, zonder prijsverlaging wordt het 3 miljoen als KITT veel extra service biedt, anders blijft het 2 miljoen.

- a. (4) Geef de strategische interactie tussen KITT (speler 1) en TelKom (speler 2) weer als een spel in extensieve vorm door middel van een spelboom. Geef de payoffs in totale winst per jaar (in miljoenen euro's). Hoeveel beslispunten heeft speler 1, respectievelijk speler 2 en hoeveel acties hebben de spelers in elk van de beslispunten?
- b. (3) Geef van beide spelers de strategieverzamelingen.
- c. (3) Welke strategie wordt door speler 1, respectievelijk speler 2 gespeeld in het unieke subgame perfect Nash evenwicht?
- d. (3) Geef de normale vorm van het spel.
- e. (3) Geef alle Nash evenwichten (in zuivere strategieën).