

Beknopte uitwerking tentamen ‘Inleiding Wiskundige Economie (deel 1)’ 26 maart 2005.

(Onder voorbehoud.)

Vraag 1.

Wrijvingsloze markt geeft $p_{14} = p_{12}p_{25}p_{54} = \frac{p_{12}p_{25}}{p_{54}} = \frac{2}{9}$.

Vraag 2.

(a) Noem $a = (1, 0, 0)^T$, $b = (1, 1, 0)^T$, $c = (0, 0, 1)^T$, $d = (2, 0, 0)^T$, $e = (2, 0, 1)^T$. Dan

$$a \succeq a, a \succeq d, b \succeq a, b \succeq b, b \succeq c, b \succeq d, b \succeq e, c \succeq a, c \succeq b, c \succeq c, c \succeq d, c \succeq e, d \succeq a, \\ d \succeq d, e \succeq a, e \succeq b, e \succeq c, e \succeq d, e \succeq e.$$

(b) Preferentierelatie is reflexief, volledig en transitief.

(c) $BEST(\succeq, A) = \{\underline{x} \in A \mid \underline{x} \succeq \underline{y} \text{ for all } \underline{y} \in A\} = \{b, c, e\}$.

Vraag 3

$$\underline{y} \in I(\underline{x}) \Leftrightarrow \underline{y} \sim \underline{x} \Leftrightarrow \underline{y} \sim \underline{z} \text{ for all } \underline{z} \text{ such that } \underline{z} \sim \underline{x} \Leftrightarrow \underline{y} \sim \underline{z} \text{ for all } \underline{z} \in I(\underline{x}) \Leftrightarrow I(\underline{y}) = I(\underline{x}).$$

Vraag 4

(a) Wel: transitief. Niet: reflexief, volledig, zwak monotoon.

(b) $\succeq$ is niet zwak monotoon, dus niet monotoon. Ander bewijs: Neem, bijvoorbeeld $\underline{x} = (1, 2)^T$ en $\underline{y} = (1, 3)^T$. Dan $\underline{y} > \underline{x}$ maar $\underline{y} \not\succeq \underline{x}$.

Vraag 5

(a) Uit Lagrange eerste orde voorwaarden volgt: $\frac{MU_1(x_1, x_2)}{MU_2(x_1, x_2)} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{x_2}{4x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow p_2x_2 = 4p_1x_1$. Invullen in budgetrestrictie (welke ook uit Lagrange eerste orde voorwaarden volgt) geeft $p_1x_1 + p_2x_2 = m \Leftrightarrow p_1x_1 + 4p_1x_1 = m \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{5p_1} = d_1(\underline{p}, m)$. Dit geeft $x_2 = \frac{4p_1x_1}{p_2} = \frac{4m}{5p_2} = d_2(\underline{p}, m)$.

(b) $v(\underline{p}, m) = u(d_1(\underline{p}, m), d_2(\underline{p}, m)) = (d_1(\underline{p}, m))(d_2(\underline{p}, m))^4 = (\frac{m}{5p_1})(\frac{4m}{5p_2})^4 = \frac{4^4 m^5}{5^5 p_1 (p_2)^4}.$

(c) Identiteit van Roy: $d_i(\underline{p}, m) = -\frac{\frac{\delta v(\underline{p}, m)}{\delta p_i}}{\frac{\delta v(\underline{p}, m)}{\delta m}}, i = 1, 2.$ (Ga zelf na).

(d) $d((2, 3), 10) = (1, 2\frac{2}{3})^T.$ Dus bij $\underline{p}^* = (2, 4)^T$ is het gecompenseerde inkomen van de consument gelijk aan $m^* = 2 + (2\frac{2}{3})(4) = 12\frac{2}{3}.$ Bij dit gecompenseerde inkomen is de vraag gelijk aan $d((2, 4)^T, 12\frac{2}{3}) = (\frac{19}{15}, \frac{38}{15})^T.$ Dus het Slutsky substitutie effect is gelijk aan $d((2, 4)^T, 12\frac{2}{3}) - d((2, 3)^T, 10) = (\frac{4}{15}, -\frac{2}{15})^T.$

(e) Totaal effect is $d((2, 4)^T, 10) - d((2, 3)^T, 10) = (1, 2) - (1, 2\frac{2}{3})^T = (0, -\frac{2}{3})^T.$ Slutsky inkomenseffect is Totaal effect - Slutsky substitutie effect $= (0, -\frac{2}{3})^T - (\frac{4}{15}, -\frac{2}{15})^T = (-\frac{4}{15}, -\frac{8}{15})^T.$

(f) Gecompenseerde vraagfunctie: $h(\underline{p}, u) = (u^{\frac{1}{5}}(\frac{p_2}{4p_1})^{\frac{4}{5}}, u^{\frac{1}{5}}(\frac{p_2}{4p_1})^{-\frac{1}{5}})^T.$ Eerste orde benadering Hicks substitutieeffect: Goed 1: $\frac{\delta h_1(\underline{p}, m)}{\delta p_2} \Delta p_2 = v(\underline{p}, m)^{\frac{1}{5}} (\frac{1}{4p_1})^{\frac{4}{5}} (\frac{4}{5} (p_2)^{-\frac{1}{5}} (4 - 2)) =$

Goed 2: