

Tentamen Inleiding Wiskundige Economie 24 mei 2004, 8.45 uur.

Per onderdeel staat tussen haakjes het aantal punten aangegeven.

Nagekeken: 2 juni, Inzage 2 juni (Kamer 1A-20 of 1A-17).

**Volledig tentamen (Deel I en II): Alle opgaven, tijd 2.45 uur,
Alleen Deel II: Opgaven 5, 6 en 7, tijd 1.30 uur.**

Deel I

Opgave 1. (Totaal 5 punten)

Gegeven is een markteconomie met vier goederen. De ruilverhoudingen tussen de goederen 1 en 2, de goederen 3 en 2, en de goederen 3 en 4 zijn, respectievelijk, $p_{12} = 2$, $p_{32} = 3$ en $p_{34} = 6$. Geef de ruilverhouding p_{14} tussen goed 1 en goed 4 indien er sprake is van wrijvingsloze markten.

Opgave 2. (Totaal 20 punten)

Gegeven is een consument met de volgende preferentierelatie:

$$\underline{x} \succeq \underline{y} \Leftrightarrow x_1 + 3x_2 \geq y_1 + 3y_2 \quad (1)$$

a. (5) Aan welke van de volgende eigenschappen voldoet deze preferentierelatie: convexiteit, strict convexiteit, monotonie, zwakke monotonie.

b. (5) Laat zien dat deze preferentierelatie transitief is.

De budgetverzameling bij prijzen $\underline{p} \in \mathbb{R}_{++}^2$ en inkomen $m > 0$ geven we aan met $B(\underline{p}, m)$.

c. (5) Geef voor deze consument de verzameling beste elementen in de budgetverzameling $B(\underline{p}, m)$ volgens de preferentierelatie (1). (Ofwel, geef de vraag van deze consument als functie van de prijzen $\underline{p}$ en inkomen m .)

Beschouw nu de preferentierelatie:

$$\underline{x} \succeq \underline{y} \Leftrightarrow x_1 \geq y_1 \text{ of } x_2 \geq y_2 \quad (2)$$

d. (5) Beschouw het goederenpakket $\hat{x} = (4, 2)^\top$. Teken in een figuur de indifferentieverzameling, de minstens-even-goed-als verzameling, en de niet-beter-dan verzameling van $\hat{x}$.

Opgave 3. (Totaal 20 punten)

Gegeven is een consument met nutsfunctie

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

a. (5) Laat zien dat de (Marshalliaanse) vraagfunctie van deze consument gegeven is door

$$d(\underline{p}, m) = \left(\frac{mp_2}{p_1(p_1 + p_2)}, \frac{mp_1}{p_2(p_1 + p_2)} \right)^\top$$

De indirecte nutsfunctie van deze consument is gegeven door

$$v(\underline{p}, m) = \sqrt{\frac{m(p_1 + p_2)}{p_1 p_2}}$$

b. (5) Laat zien dat de uitgavenfunctie van deze consument gegeven is door

$$e(\underline{p}, u) = \frac{u^2 p_1 p_2}{p_1 + p_2}$$

Beschouw het inkomen $m = 15$ en de prijsvectoren $\underline{p}' = (1, 3)^\top$ en $\underline{p}^* = (2, 3)^\top$.

c. (7) Bereken voor deze consument exact het Hicks substitutie effect als gevolg van een prijsverandering van $\underline{p}'$ naar $\underline{p}^*$.

d. (3) Geef met behulp van de Slutsky vergelijking de eerste orde benadering van het Hicks inkomens effect als gevolg van een prijsverandering van $\underline{p}'$ naar $\underline{p}^*$.

Opgave 4. (Totaal 5 punten)

Beschouw een markt met 2 goederen en de marktvraagfunctie D gegeven door

$$D(\underline{p}, m) = \left(\frac{m}{4p_1}, \frac{3m}{4p_2} \right)^T$$

- a. (4) Geef de inkomenselasticiteit van de twee goederen.
- b. (1) Ga voor beide goederen na of er sprake is van een normaal goed of een inferior goed.

Tentamen Inleiding Wiskundige Economie 24 mei 2004, 8.45 uur.
Per onderdeel staat tussen haakjes het aantal punten aangegeven.
Nagekeken: 2 juni, Inzage 2 juni (Kamer 1A-20 of 1A-17).

Volledig tentamen (Deel I en II): Alle opgaven, tijd 2.45 uur,
Alleen Deel II: Opgaven 5, 6 en 7, tijd 1.30 uur.

Deel II

Opgave 5. (Totaal 12 punten)

Gegeven is een economie met twee consumenten, A en B, en twee goederen, goed 1 en goed 2. De nutsfuncties van de consumenten worden gegeven door $u^A(x_1^A, x_2^A) = \min[x_1^A, x_2^A]$ en $u^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$, met x_j^h de consumptie van goed j , $j = 1, 2$, door consument h , $h = A, B$. Het initieel bezit van de consumenten wordt gegeven door $\underline{\omega}^A = (4, 0)^\top$ en $\underline{\omega}^B = (0, 6)^\top$.

- a. (4) Geef de vraagfuncties van de twee consumenten als functies van de prijsvector $\underline{p} = (p_1, p_2)^\top$. Geef ook de geaggregeerde vraagoverschotfunctie.
- b. (4) Neem als prijsnormalisatie $p_2 = 1$ en bereken dan de evenwichtsprijs voor goed 1. Geef ook de bijbehorende evenwichtsallocatie. **Hint: Gebruik de evenwichtsvergelijking voor goed 2.**
- c. (4) Maak een figuur van de Edgeworth box en teken daarin:
 - (i) het punt dat de beginallocatie $(\underline{\omega}^A, \underline{\omega}^B)$ weergeeft,
 - (ii) het punt dat de onder b. gevonden evenwichtsallocatie weergeeft en
 - (iii) de verzameling van alle Pareto efficiënte allocaties.

Opgave 6. (Totaal 22 punten)

Firma Waterfun produceert motorjachten volgens productiefunctie $f(x) = 10\sqrt{x - 100}$, waarbij x de input van arbeid is.

- a. (1) Is deze productiefunctie regulier?
- b. (1) Zij $w = 1$ de prijs van arbeid. Laat zien dat de kostenfunctie wordt gegeven door $c(y) = \frac{1}{100}y^2 + 100$, waarbij y de productie is.

c. (4) Geef de marginale kostenfunctie en de gemiddelde kostenfunctie van firma Waterfun. Bij welke productie zijn de totale gemiddelde kosten minimaal en hoe groot zijn deze dan?

d. (2) Geef de korte termijn aanbodfunctie van Waterfun als functie van de prijs p .

In de volgende onderdelen is de vraag naar motorjachten gegeven door de functie $D(p) = 400 - 100p$ met p de prijs van de motorjachten.

e. (2) Geef de inverse vraagfunctie $P(y)$.

f. (4) Stel dat Waterfun als monopolist de enige producent van motorjachten is. Wat is de monopolieprijs op deze markt van motorjachten en hoeveel motorjachten worden er verkocht?

In de volgende onderdelen is er één concurrent, Motosport, op de markt van motorjachten, die identieke boten bouwt en dezelfde kostenfunctie heeft.

g. (4) Hoe hoog is de korte termijn evenwichtsprijs als de twee producenten de markt voor motorjachten als een markt onder volledige mededinging beschouwen. Wat is dan de winst en het producentensurplus van Waterfun?

In de volgende twee onderdelen is er sprake van een duopolie op de markt voor motorjachten met strategische interactie tussen de twee producenten.

h. (2) Geef de reactie van Motosport als functie van de productie y_1 van Waterfun.

i. (2) Geef het winstmaximaliseringsprobleem van Waterfun in een situatie van Stackelberg leider-volger hoeveelheidscompetitie met Waterfun als leider.

Opgave 7. (Totaal 16 punten)

Supermarkt AB (AllerBeste) is de enige supermarkt in het dorp Lekkerland. De jaarlijkse omzet is 2 miljoen euro en de jaarlijkse netto winst is 100.000 euro. Concurrent LV (LaagVlieger) heeft plannen om zich in Lekkerland te gaan vestigen als goedkope discounter. Een marktonderzoek toont aan dat als deze plannen doorgaan de jaarlijkse winst van AB zal dalen tot 20.000 euro en LV een winst zal gaan behalen van 40.000 euro. Om de vestiging van LV te voorkomen, overweegt het management van AB de invoering van algehele prijsverlagingen voordat LV een definitieve beslissing neemt. Bij dergelijke prijsverlagingen zal de winst dalen tot 50.000 euro als vervolgens LV van vestiging afziet. Vestigt LV zich toch, dan daalt de winst van AB naar 10.000 en zal LV een verlies maken van 10.000 euro.

- a. (4) Geef de strategische interactie tussen AB (speler 1) en LV (speler 2) weer als een spel in extensieve vorm door middel van een spelboom. Hoeveel beslispunten heeft speler 1, respectievelijk speler 2 en hoeveel acties hebben de spelers in elk van de beslispunten? (Geef de uitbetalingen in duizenden euro's, bijv. 60 is 60.000 euro.)
- b. (3) Geef van beide spelers de strategieverzamelingen.
- c. (3) Welke strategie wordt door speler 1, respectievelijk speler 2 gespeeld in het unieke subgame perfect Nash evenwicht.
- d. (3) Geef de normale vorm van het spel.
- e. (3) Geef alle Nash evenwichten (in zuivere strategieën) van het spel.