

Tentamen Inleiding Wiskundige Economie 23 mei 2003.
Per onderdeel staat tussen haakjes het aantal punten aangegeven.
Nagekeken: 2 juni, Inzage 2 juni (Kamer 1A-20 of 1A-17).
Volledig tentamen: Alle opgaven, tijd 3 uur,
Alleen Deel II: Opgaven 3, 4 en 5, tijd 1.45 uur.

Opgave 1. (Totaal 25 punten)

Gegeven is een consument met de volgende preferentierelatie:

$$\underline{x} \succeq \underline{y} \Leftrightarrow x_1(x_2 + 1) \geq y_1(y_2 + 1) \quad (1)$$

- a. (5) Aan welke van de volgende eigenschappen voldoet deze preferentierelatie: reflexiviteit, volledigheid, transitiviteit, convexiteit, stricte convexiteit, zwakke monotonie.
- b. (5) Geef de vraag van deze consument als functie van de prijzen p_1, p_2 en het inkomen m . (Ofwel geef de Marshalliaanse vraagfunctie van deze consument).
- c. (5) Beschouw het goederenpakket $\hat{x} = (2, 3)^\top$. Teken in een figuur de indifferentiecurve die door dit goederenpakket gaat. Geef in dezelfde figuur de minstens-even-goed-als, en niet-beter-dan verzamelingen weer.
- d. (5) Welke van onderstaande nutsfuncties geeft/geven dezelfde preferentierelatie als gegeven in (1) weer?
 - $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$
 - $u(x_1, x_2) = x_1 \sqrt{x_2 + 1}$
 - $u(x_1, x_2) = \sqrt{(x_1)(x_2 + 1)}$
- e. (5) Geef voldoende voorwaarden waaronder een preferentierelatie kan worden weergegeven met een continue, strict-quasi concave, stijgende nutsfunctie.

Opgave 2. (Totaal 25 punten)

Gegeven is een consument met uitgavenfunctie

$$e(\underline{p}, u) = 4 \left(\frac{u}{(3)^3} p_1 (p_2)^3 \right)^{\frac{1}{4}}.$$

- a. (4) Laat zien dat de gecompenseerde vraagfunctie van deze consument gegeven is door

$$h(\underline{p}, u) = \left(u^{\frac{1}{4}} \left(\frac{p_2}{3p_1} \right)^{\frac{3}{4}}, u^{\frac{1}{4}} \left(\frac{3p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{4}} \right)^T$$

Stel dat de indirecte nutsfunctie van deze consument wordt gegeven door

$$v(\underline{p}, m) = \frac{(3)^3 m^4}{(4)^4 p_1 (p_2)^3}.$$

- b. (4) Laat zien dat de (Marshalliaanse) vraagfunctie van deze consument gegeven is door

$$d(\underline{p}, m) = \left(\frac{m}{4p_1}, \frac{3m}{4p_2} \right)^T$$

- c. (4) Stel dat de prijs van goed 1 gelijk is aan $p_1 = 1$ en de prijs van goed 2 gelijk is aan $p_2 = 2$. Geef de inkomens-consumptie curve, en teken deze in een figuur.

In de volgende twee onderdelen is het inkomen van de consument gelijk aan $m = 24$ en de prijs van goed 2 is nog steeds $p_2 = 2$. We verhogen de prijs van goed 1 van $p_1 = 1$ naar $p'_1 = 2$.

- d. (5) Bereken het Slutsky substitutie effect en het Slutsky inkomens effect van deze prijsverandering.

e. (4) Bereken met behulp van de Slutsky vergelijking de eerste orde benadering van het Hicks substitutie effect.

f. (4) Met $d(p)$ geven we de vraag naar goed 1 bij prijs p van goed 1 aan, waarbij het inkomen $m = 24$ en prijs $p_2 = 2$ van goed 2 vastliggen. Stel dat we de prijs van goed 1 van $p = 1$ naar $p' = 2$ verhogen, terwijl we het inkomen $m = 24$ en de prijs van goed 2, $p_2 = 2$, niet veranderen. Bereken de verandering in het consumentensurplus als gevolg van deze prijsverandering.

Deel II

Opgave 3. (Totaal 12 punten)

Gegeven is een economie met twee consumenten, A en B, en twee goederen, goed 1 en goed 2. De nutsfuncties van de consumenten worden gegeven door $u^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A$ en $u^B(x_1^B, x_2^B) = (x_1^B)^2 x_2^B$, met x_j^h de consumptie van goed j , $j = 1, 2$, door consument h , $h = A, B$. Het initieel bezit van de consumenten wordt gegeven door $\underline{\omega}^A = (4, 0)^\top$ en $\underline{\omega}^B = (2, 6)^\top$.

- (3) Geef de vraagfuncties van de twee consumenten en de geaggregeerde vraagoverschotfunctie.
- (3) Neem als prijsnormalisatie $p_2 = 1$ en bereken dan de evenwichtsprijs voor goed 1. Geef ook de bijbehorende evenwichtsallocatie.
- (3) Zij gegeven de bereikbare allocatie $\underline{x}^A = (a, 2)^\top$ en $\underline{x}^B = (6 - a, 4)^\top$. Voor welke waarde van a is deze allocatie Pareto efficient?
- (3) Teken de Edgeworth box en daarin het punt dat de beginallocatie $(\underline{\omega}^A, \underline{\omega}^B)$ weergeeft, het punt dat de onder b. gevonden evenwichtsallocatie weergeeft en het punt dat de onder c gevonden Pareto efficiente allocatie weergeeft. Teken (schematisch) ook de indifferentiecurven van de twee consumenten door de evenwichtsallocatie.

Opgave 4. (Totaal 22 punten)

De firma Protect produceert mondkapjes voor professioneel gebruik met als kostenfunctie $c(y) = \frac{1}{400}y^2 + 100$, waarbij y de productie van mondkapjes is. De vraag naar mondkapjes wordt gegeven door de functie $D(p) = 2000 - 200p$ met p de prijs van de mondkapjes.

- (4) Geef de marginale kostenfunctie en de gemiddelde kostenfunctie van firma Protect. Bij welke productie zijn de totale gemiddelde kosten minimaal en hoe groot zijn deze dan?
- (2) Geef de korte termijn aanbodfunctie van Protect als functie van de prijs p .

In de volgende drie onderdelen c, d en e, wordt verondersteld dat de mondkapjesmarkt een volledige mededingingsmarkt is, waarop producenten vrij kunnen toe- en uittreden en waarbij alle producenten zich als prijsnemer op deze markt gedragen en alle dezelfde kostenfunctie hebben.

c. (4) Hoe hoog is de korte termijn evenwichtsprijs als er behalve de firma Protect nog 18 andere producenten van mondkapjes op de markt actief zijn? Hoe groot is dan de winst en het producentensurplus per producent?

d. (4) Hoeveel producenten zullen er op lange termijn op deze markt actief zijn en hoe hoog is de lange termijn evenwichtsprijs?

e. (2) Vanwege het uitbreken van besmettelijke virusziekten stijgt de vraag naar mondkapjes explosief tot $D(p) = 8100 - 100p$. Wat wordt nu de lange termijn evenwichtsprijs en hoeveel producenten zullen er nu op lange termijn actief zijn?

Neem in de volgende onderdelen de oorspronkelijke vraagfunctie $D(p) = 2000 - 200p$ en veronderstel dat er naast Protect slechts 1 andere producent, MediCare, actief is en dat MediCare dezelfde kostenfunctie heeft als Protect.

f. (2) Geef de inverse vraagfunctie $P(y)$.

g. (4) Hoeveel mondkapjes zullen de twee producenten verkopen in het Nash-Cournot evenwicht en wat is dan de prijs?

Opgave 5. (Totaal 16 punten)

De medicijnenfirma Feelwell besluit een nieuwe maagzuurremmer op de markt te brengen. Per verkocht tablet wordt 1 euro verdiend. Feelwell kan kiezen tussen een dure en goedkope reclamecampagne. Bij een dure campagne (kosten 2 miljard euro) worden er in het eerste jaar 5 miljard tabletten verkocht. In dit geval is er de mogelijkheid dat concurrent Goodhealth na 1 jaar een concurrerend imitatieproduct op de markt zal brengen.

Als Goodhealth niet op de markt komt, dan zal Feelwell in het tweede jaar nog eens 5 miljard tabletten verkopen. Als Goodhealth besluit wel de markt op te gaan, zal ook Goodhealth 2 miljard euro moeten uitgeven aan reclame en zullen ze ook 1 euro per verkocht tablet verdienen. In dit geval heeft Feelwell echter twee mogelijkheden om te reageren, namelijk de reclamecampagne niet of wel intensiveren (extra kosten 1 miljard euro). Als ze dit niet doen verkoopt Feelwell in het tweede jaar slechts 2 miljard tabletten en verkoopt Goodhealth 3 miljard tabletten. Als ze de reclame campagne wel intensiveren, dan verkoopt Goodhealth niets en zal Feelwell ook in het tweede jaar 5 miljard tabletten verkopen.

Tenslotte, als Feelwell bij de introductie besluit een low budget reclame campagne te voeren (kosten 1 miljard), dan zal Goodhealth niet op de markt komen en verkoopt Feelwell in twee jaar in totaal slechts 5 miljard tabletten. In iedere situatie wordt na twee jaar helemaal niets meer verkocht, want dan is er weer een andere producent die een nieuw en beter product op de markt brengt.

- a. (4) Geef de strategische interactie tussen Feelwell (speler 1) en Goodhealth (speler 2) weer als een spel in extensieve vorm door middel van een spelboom. Hoeveel beslispunten heeft speler 1, respectievelijk speler 2 en hoeveel acties hebben de spelers in elk van de beslispunten?
- b. (3) Geef van beide spelers de strategieverzamelingen.
- c. (3) Welke strategie wordt door speler 1, respectievelijk speler 2 gespeeld in het unieke subgame perfect Nash evenwicht.
- d. (3) Geef de normale vorm van het spel.
- e. (3) Geef alle Nash evenwichten van het spel.