

tentamen inleiding theoretische informatica
4 juni 2008

Opgave 1. Gegeven een signatuur met soort S en functiesymbolen $a : \rightarrow S$, $b : \rightarrow S$, $c : \rightarrow S$ en $f : S \rightarrow S$. De bijbehorende equationele specificatie bestaat uit twee vergelijkingen:

$$\begin{aligned} f(a) &= b \\ f(b) &= c \end{aligned}$$

- a. Geef een afleiding (met alle afleidingsstappen expliciet) voor $c = f(f(a))$.
(4 punten)
- b. Geef een model voor deze equationele specificatie, met een drager die uit vier elementen bestaat. Dit model mag wel confusion bevatten, maar geen junk.
(8 punten)
- c. Voeg een vergelijking (of indien nodig meerdere) toe aan de specificatie, zodat het door jou in (b) gegeven model een initieel model wordt.
(8 punten)

Opgave 2. Geef een equationele specificatie (inclusief een declaratie van alle functiesymbolen) met als initieel model de verzameling $\mathbb{Z}$ van gehele getallen, met optelling en aftrekking. (12 punten)

Opgave 3.

- a. Teken de term $M \equiv$

$$\lambda x. ((\lambda u. u v) x) ((\lambda x v. u v) x)$$

als boom. (4 punten)

- b. Geef nog twee verschillende α -equivalente varianten van de term M . (4 punten)
- c. Reduceer de term $(\lambda x v. x u) (\lambda u. v) z$ naar β -normaalvorm (schrijf elke stap op). (4 punten)
- d. Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat de leftmost-innermost (call-by-value) strategie niet normalizerend is. (5 punten)

Opgave 4.

- a. We representeren paren met de paringsoperator $\pi = \lambda r z. z \text{ } l \text{ } r$.
Geef een λ -term voor de eerste projectiefunctie π_1 en laat zien dat er geldt $\pi_1 (\pi P Q) \rightarrow_{\beta} P$. (5 punten)
- b. We representeren de booleans als $\text{true} = \lambda x y. x$ en $\text{false} = \lambda x y. y$.
Geef een λ -term voor not en laat zien dat deze term het gewenste gedrag vertoont op input true. (5 punten)
- c. Geef een λ -term voor xor die exclusieve disjunctie representeert. Dat wil zeggen, $\text{xor} MN =_{\beta} \text{true}$ geldt als precies één van M en N waar is, en $\text{xor} MN =_{\beta} \text{false}$ in de andere gevallen. (5 punten)

Opgave 5.

- a. Wat is een fixed-point combinator? (3 punten)
- b. Laat zien dat
- $$T = (\lambda x. \lambda y. y (x x y)) (\lambda x. \lambda y. y (x x y))$$
- een fixed-point combinator is. (5 punten)
- c. We gebruiken T om de term $Z = T(\lambda x y. x)$ te definiëren. Laat zien dat $Zx =_{\beta} Z$. (3 punten)

Opgave 6.

- a. Geef een definitie in OCAML van de polymorfe functie
- ```
append : 'a list -> 'a list -> 'a list
```
- die als input twee lijsten neemt en als output de concatenatie van die lijsten levert. Een voorbeeld van het gebruik van `append`:
- ```
# append [1;2;3] [4;5;6] ;;  
- : int list = [1; 2; 3; 4; 5; 6]
```
- (5 punten)
- b. Geef een definitie in OCAML van het datatype `intbintree` van de binaire bomen met gehele getallen op de knopen (en geen labels op de bladeren). (5 punten)
- c. Geef een definitie in OCAML van de functie `flatten` die als input een `intbintree` neemt en als output een lijst met de labels van de boom geeft (volgorde: van links naar rechts). (5 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.