

tentamen inleiding theoretische informatica
24 januari 2005

Dit tentamen bestaat uit twee delen: lambda calculus en procesalgebra.
Elk deel bestaat uit drie opgaven dus in totaal zijn er zes opgaven.

Deel I : Lambda Calculus (3 opgaven)

Opgave 1. De term M is gedefinieerd als

$$M = (\lambda x. \lambda y. x (\lambda u. u v y)) (\lambda z. \lambda v. z y)$$

- a. Teken de term M als boom.
(2 punten)
- b. Geef twee verschillende α -equivalente varianten van de term M .
(4 punten)
- c. Reduceer de term M naar β -normaalkom (schrijf elke stap op).
(4 punten)

Opgave 2.

- a. Geef de Church numerals voor 0, 1, en 2.
Geef het Church numeral c_n voor n een natuurlijk getal.
(5 punten)
- b. Geef een λ -term `zero` die als input een Church numeral neemt, en als output `true` geeft als de input 0 representeert, en `false` als de input een getal groter dan 0 representeert.
(5 punten)
- c. Geef de λ -term `cond` voor conditional en laat zien dat dit inderdaad een representatie van de conditional is.
(5 punten)
- d. Laat zien dat de term $Y = \lambda f. (\lambda x. f (x x)) (\lambda x. f (x x))$ een fixed point combinator is.
(5 punten)

Opgave 3. We gebruiken de notatie $I = \lambda x. x$ en $\Omega = (\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$.

- a. Reduceer de term $N = (\lambda x. (\lambda y. z y y) (II)) (II)$ in zo min mogelijk stappen naar normaalvorm.
(Schrijf elke β -reductiestap op.)
(5 punten)
- b. Is een van de strategieën leftmost-outermost of leftmost-innermost optimaal voor het reduceren van de term N in 3a? Waarom (niet)?
(5 punten)
- c. Reduceer in de term $(\lambda x. f (x \Omega I)) (\lambda u. \lambda v. v w)$ herhaaldelijk de lazy redex totdat je een weak head normal form (WHNF) vindt.
(5 punten)

Deel II : Procesalgebra (3 opgaven)

Merk op dat er een tabel met de axioma's van ACP is bijgevoegd bij dit tentamen!

Opgave 4. We werken in deze opgave in PA met a, b, c en d atomaire acties.

- a. Teken de procesgrafieën van de term $ab \parallel (c+d)$ en de term $a((b \parallel c) + (b \parallel d))$. Zijn deze grafen bisimilaire? (Motiveer je antwoord.)
(4 punten)
- b. Laat zien of de volgende vergelijking geldig is:

$$PA \vdash (a + bc) \parallel d = ad + bcd + bdc$$

(4 punten)

- c. Laat zien of de volgende vergelijking geldig is:

$$PA \vdash (a + ba) \parallel a = (a \parallel a) + b(a \parallel a)$$

(4 punten)

Opgave 5. Deze opgave gaat over ACP; a, b, c, d en e zijn atomaire acties, $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = e$, $\gamma(a, c) = \gamma(c, a) = e$ en alle andere communicaties zijn ongedefinieerd; verder nemen we aan dat $H = \{a, b, c\}$.

- a. Herschrijf $\partial_H((a + db) \parallel c)$ met de axioma's van ACP tot een BPA_δ -term en teken de bijbehorende procesgraaf $G_c(\partial_H((a + db) \parallel c))$.

(6 punten)

- b. De processen X en Y zijn recursief gedefinieerd door de specificatie:

$$\begin{aligned} X &= (a + b)X \\ Y &= cY \end{aligned}$$

Het proces Z is gedefinieerd door

$$Z = \partial_H(X \parallel Y)$$

1. Geef een recursieve BPA-specificatie voor Z .

(6 punten)

2. Teken de procesgraaf van Z .

(3 punten)

Opgave 6. Deze opgave gaat over BPA; a, b en c zijn atomaire acties.

De processen X en Y zijn recursief gedefinieerd door de specificatie:

$$\begin{aligned} X &= aY \\ Y &= bX + c \end{aligned}$$

- a. Teken een oplossing als procesgraaf van het proces X gedefinieerd door deze vergelijkingen. (4 punten)

- b. Teken een alternatieve oplossing als procesgraaf van het proces X gedefinieerd door dezelfde vergelijkingen. [Hint: de ene oplossing zou bv. eindig en cyclisch kunnen zijn, de alternatieve de oneindige *unwinding*.]

(4 punten)

- c. Geef een bisimulatie aan tussen de in a. en b. gevonden procesgrafen.

(4 punten)

- d. De processen C en D zijn recursief gedefinieerd door de specificatie:

$$\begin{aligned} C &= aDC \\ D &= b + aDD \end{aligned}$$

Teken een oplossing als procesgraaf van het proces C . (6 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Table 1: De axioma's van ACP.

(A1)	$x + y$	$= y + x$	
(A2)	$x + (y + z)$	$= (x + y) + z$	
(A3)	$x + x$	$= x$	
(A4)	$(x + y) \cdot z$	$= x \cdot z + y \cdot z$	
(A5)	$(x \cdot y) \cdot z$	$= x \cdot (y \cdot z)$	
(A6)	$x + \delta$	$= x$	
(A7)	$\delta \cdot x$	$= \delta$	
(CF1)	$a \mid b$	$= \gamma(a, b)$	als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd
(CF2)	$a \mid b$	$= \delta$	als $\gamma(a, b)$ ongedefinieerd
(CM1)	$x \parallel y$	$= x \perp\!\!\!\perp y + y \perp\!\!\!\perp x + x \mid y$	
(CM2)	$a \perp\!\!\!\perp x$	$= a \cdot x$	
(CM3)	$a \cdot x \perp\!\!\!\perp y$	$= a \cdot (x \parallel y)$	
(CM4)	$(x + y) \perp\!\!\!\perp z$	$= x \perp\!\!\!\perp z + y \perp\!\!\!\perp z$	
(CM5)	$a \cdot x \mid b$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM6)	$a \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM7)	$a \cdot x \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$	
(CM8)	$(x + y) \mid z$	$= x \mid z + y \mid z$	
(CM9)	$x \mid (y + z)$	$= x \mid y + x \mid z$	
(D1)	$\partial_H(a)$	$= a$	als $a \notin H$
(D2)	$\partial_H(a)$	$= \delta$	als $a \in H$
(D3)	$\partial_H(x + y)$	$= \partial_H(x) + \partial_H(y)$	
(D4)	$\partial_H(x \cdot y)$	$= \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$	
