

tentamen inleiding theoretische informatica
17 januari 2005

Dit tentamen bestaat uit twee delen: lambda calculus en procesalgebra.
Elk deel bestaat uit drie opgaven dus in totaal zijn er zes opgaven.

Deel I : Lambda Calculus (3 opgaven)

Opgave 1. De term M is gedefinieerd als

$$M = \lambda x. (\lambda y. \lambda z. (x y) ((\lambda u. \lambda v. z u) (v z))) (x z)$$

- a. Teken de term M als boom.
(2 punten)
- b. Geef twee verschillende α -equivalente varianten van de term M .
(4 punten)
- c. Reduceer de term M naar β -normaalkvorm (schrijf elke stap op).
(4 punten)

Opgave 2.

- a. Geef een λ -term voor not en laat zien dat deze term het gewenste gedrag vertoont op input $\text{true} = \lambda xy. x$ en op input $\text{false} = \lambda xy. y$.
(5 punten)
- b. Geef een λ -term voor xor, de operatie *exclusive or*, die twee booleans als input neemt en true oplevert precies dan als precies één van de inputs true is.
(NB: er wordt niet gevraagd te laten zien dat de term xor het gewenste gedrag vertoont.)
(5 punten)
- c. Geef een specificatie van de functie `empty` die een lijst als input neemt en true oplevert precies dan als de lijst leeg is.
(5 punten)
- d. Gebruik $\text{nil} = \lambda z. \text{true}$ als representatie voor de lege lijst, en de gebruikelijke definitie $\text{cons} = \lambda ht. \lambda z. z h t$.
Geef een λ -term voor `empty` uit vraag 2c.
(5 punten)

Opgave 3.

- a. Welke reductiestrategie is niet normalizerend?

Laat met een voorbeeld zien waarom die reductiestrategie niet normalizerend is.

(5 punten)

- b. Geef een reductierij naar normaalvorm die een overbodige stap bevat van de term $(\lambda u. u (\lambda y. z)) (\lambda x. x ((\lambda v. v) (\lambda v. v)))$.

Geef alle stappen van de reductierij expliciet, en geef aan welke stap niet nodig is om de normaalvorm te bereiken.

(5 punten)

- c. Reduceer in de term $!x \Omega$ herhaaldelijk de lazy redex totdat je een weak head normal form (WHNF) vindt.

We gebruiken hier de notatie $! = \lambda x. x$ en $\Omega = (\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$.

(5 punten)

Deel II : Procesalgebra (3 opgaven)

Merk op dat er een tabel met de axioma's van ACP is bijgevoegd bij dit tentamen!

Opgave 4. We werken in deze opgave in PA met a en b atomaire acties.

- a. Teken de procesgrafen van de term $ba \parallel a$ en de term $b \parallel aa$. Zijn deze grafen bisimilaar? (Motiveer je antwoord.)

(4 punten)

- b. Laat zien of de volgende vergelijking wel of niet geldig is:

$$PA \vdash ba \parallel a = b \parallel aa$$

(4 punten)

- c. Laat zien of de volgende vergelijking wel of niet geldig is:

$$PA \vdash ba \parallel a = (b \parallel a)a + baa$$

(4 punten)

Opgave 5. Deze opgave gaat over ACP; a , b , c en d zijn atomaire acties, $\gamma(a, c) = \gamma(c, a) = d$ en alle andere communicaties zijn ongedefinieerd; verder nemen we aan dat $H = \{a, c\}$.

- a. Herschrijf $\partial_H((a + b) \parallel c)$ met de axioma's van ACP tot een BPA_δ -term en teken de bijbehorende procesgraaf $G_c(\partial_H((a + b) \parallel c))$.

(6 punten)

- b. De processen X en Y zijn recursief gedefinieerd door de specificatie:

$$\begin{aligned} X &= aX \\ Y &= bcY \end{aligned}$$

Het proces Z is gedefinieerd door

$$Z = \partial_H(X \parallel Y)$$

1. Geef een recursieve BPA-specificatie voor Z .

(6 punten)

2. Teken de procesgraaf van Z .

(3 punten)

Opgave 6. Deze opgave gaat over BPA; a en b zijn atomaire acties.

- a. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$X = aX + bX$$

(4 punten)

- b. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$X = aXX + bX$$

(4 punten)

- c. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$X = aXX + b$$

(4 punten)

- d. Welke van de drie recursieve processen in deze opgave zijn met elkaar bisimilaar? Motiveer je antwoord.

(6 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Table 1: De axioma's van ACP.

(A1)	$x + y$	$= y + x$	
(A2)	$x + (y + z)$	$= (x + y) + z$	
(A3)	$x + x$	$= x$	
(A4)	$(x + y) \cdot z$	$= x \cdot z + y \cdot z$	
(A5)	$(x \cdot y) \cdot z$	$= x \cdot (y \cdot z)$	
(A6)	$x + \delta$	$= x$	
(A7)	$\delta \cdot x$	$= \delta$	
(CF1)	$a \mid b$	$= \gamma(a, b)$	als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd
(CF2)	$a \mid b$	$= \delta$	als $\gamma(a, b)$ ongedefinieerd
(CM1)	$x \parallel y$	$= x \parallel y + y \parallel x + x \mid y$	
(CM2)	$a \parallel x$	$= a \cdot x$	
(CM3)	$a \cdot x \parallel y$	$= a \cdot (x \parallel y)$	
(CM4)	$(x + y) \parallel z$	$= x \parallel z + y \parallel z$	
(CM5)	$a \cdot x \mid b$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM6)	$a \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM7)	$a \cdot x \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$	
(CM8)	$(x + y) \mid z$	$= x \mid z + y \mid z$	
(CM9)	$x \mid (y + z)$	$= x \mid y + x \mid z$	
(D1)	$\partial_H(a)$	$= a$	als $a \notin H$
(D2)	$\partial_H(a)$	$= \delta$	als $a \in H$
(D3)	$\partial_H(x + y)$	$= \partial_H(x) + \partial_H(y)$	
(D4)	$\partial_H(x \cdot y)$	$= \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$	
