



tentamen inleiding theoretische informatica
17 augustus 2004

Dit tentamen bestaat uit twee delen: lambda calculus en procesalgebra.
Elk deel bestaat uit drie opgaven dus in totaal zijn er zes opgaven.

Deel I : Lambda Calculus (3 opgaven)

Opgave 1. De term M is gedefinieerd als

$$M = \lambda z. ((\lambda x. \lambda y. x (y v)) (\lambda u. \lambda v. y u z))$$

- a. Teken de term M als boom.
(3 punten)
- b. Geef twee verschillende α -equivalente varianten van de term M .
(4 punten)
- c. Geef de De Bruijn representatie van de term M .
(4 punten)
- d. Reduceer de term M naar β -normaalvorm (schrijf elke stap op).
(4 punten)

Opgave 2.

- a. Geef de definitie van de paringsoperator in de λ -calculus.
(2 punten)
- b. Geef de specificatie van de twee projectie-functies.
(4 punten)
- c. Geef de definitie van de eerste projectie-functie, en laat zien dat hij aan de specificatie (gegeven in 2b) voldoet.
(4 punten)
- d. Geef een definitie in de λ -calculus van de functie map met de volgende specificatie:

$$\begin{aligned} \text{map } F \text{ nil} &=_{\beta} \text{ nil} \\ \text{map } F (\text{cons } H T) &=_{\beta} \text{cons } (F H) (\text{map } F T) \end{aligned}$$

Je mag gebruikmaken van de fixed point combinator Y , en de operaties *head*, *tail*, en *empty*.

(5 punten)

Opgave 3.

- a. De *rightmost-outermost* strategie schrijft voor om in elke term die niet in normaalvorm is de *rightmost-outermost* redex te contraheren, dat is de meest rechtse van de buitenste redexen.

Reduceer de term

$$(\lambda u. \lambda v. w) (\lambda y. y) ((\lambda x. x x) (\lambda x. x x))$$

volgens de *rightmost-outermost* strategie.

Is de *rightmost-outermost* strategie normalizerend? Waarom (niet)?

(5 punten)

- b. Welke redex in de term

$$(\lambda x. \lambda y. y (\lambda z. x)) (u u) (\lambda v. v ((\lambda w. w) (\lambda w. w)))$$

hoeft *niet* gecontraheerd te worden om een normaalvorm te vinden?

Geef ook een reductierij naar normaalvorm (met alle stappen expliciet) waarin die redex niet gecontraheerd wordt.

(5 punten)

- c. Leg met behulp van een voorbeeld uit wat een belangrijk nadeel van de *leftmost-innermost* ('call-by-value') reductiestrategie is.

(5 punten)

Deel II : Procesalgebra (3 opgaven)

Merk op dat er een tabel met de axioma's van ACP is bijgevoegd bij dit tentamen!

Opgave 4. We werken in deze opgave in PA met a , b en c atomaire acties. Geef van de volgende twee vergelijkingen aan welke wel geldig zijn en welke niet. Motiveer elk antwoord met, indien geldig, een berekening met de axioma's van PA of, indien ongeldig, een uitleg waarom de corresponderende procesgrafieën niet bisimilaair zijn.

- a. $PA \vdash a \parallel (b + c) = (a \parallel b) + (a \parallel c) ?$

(6 punten)

- b. $PA \vdash a(b + c) \parallel ac = ab \parallel ac ?$

(6 punten)

Opgave 5. Deze opgave gaat over BPA; a en b zijn atomaire acties.

- a. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$\begin{aligned}X &= bX + Y \\ Y &= aX\end{aligned}$$

(6 punten)

- b. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$\begin{aligned}X &= bX + Y \\ Y &= aXX\end{aligned}$$

(6 punten)

Opgave 6. Deze opgave gaat over ACP; a , b , c , d en e zijn atomaire acties, $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = c$ en alle andere communicaties zijn ongedefinieerd; verder nemen we aan dat $H = \{a, b\}$.

- a. Bepaal de procesgraaf $G_c(\partial_H((ae + d) \parallel (be)))$.

(6 punten)

- b. Herschrijf $\partial_H((ad) \parallel (be))$ met de axioma's van ACP tot een BPA_δ -term.

(6 punten)

- c. De processen X en Y zijn recursief gedefinieerd door de specificatie:

$$\begin{aligned}X &= adX \\ Y &= ebY\end{aligned}$$

Het proces Z is gedefinieerd door

$$Z = \partial_H(X \parallel Y)$$

1. Geef een recursieve BPA-specificatie voor Z .

(6 punten)

2. Teken de procesgraaf van Z .

(3 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Table 1: De axioma's van ACP.

(A1)	$x + y$	$= y + x$	
(A2)	$x + (y + z)$	$= (x + y) + z$	
(A3)	$x + x$	$= x$	
(A4)	$(x + y) \cdot z$	$= x \cdot z + y \cdot z$	
(A5)	$(x \cdot y) \cdot z$	$= x \cdot (y \cdot z)$	
(A6)	$x + \delta$	$= x$	
(A7)	$\delta \cdot x$	$= \delta$	
(CF1)	$a \mid b$	$= \gamma(a, b)$	als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd
(CF2)	$a \mid b$	$= \delta$	als $\gamma(a, b)$ ongedefinieerd
(CM1)	$x \parallel y$	$= x \parallel y + y \parallel x + x \mid y$	
(CM2)	$a \parallel x$	$= a \cdot x$	
(CM3)	$a \cdot x \parallel y$	$= a \cdot (x \parallel y)$	
(CM4)	$(x + y) \parallel z$	$= x \parallel z + y \parallel z$	
(CM5)	$a \cdot x \mid b$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM6)	$a \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM7)	$a \cdot x \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$	
(CM8)	$(x + y) \mid z$	$= x \mid z + y \mid z$	
(CM9)	$x \mid (y + z)$	$= x \mid y + x \mid z$	
(D1)	$\partial_H(a)$	$= a$	als $a \notin H$
(D2)	$\partial_H(a)$	$= \delta$	als $a \in H$
(D3)	$\partial_H(x + y)$	$= \partial_H(x) + \partial_H(y)$	
(D4)	$\partial_H(x \cdot y)$	$= \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$	
