

tentamen inleiding theoretische informatica
26 mei 2004

Dit tentamen bestaat uit twee delen: lambda calculus en procesalgebra.
Elk deel bestaat uit drie opgaven dus in totaal zijn er zes opgaven.

Deel I : Lambda Calculus (3 opgaven)

Opgave 1. De term M is gedefinieerd als

$$M = \lambda x. ([\lambda y. \lambda z. ((xy) ((\lambda u. \lambda v. zu) (vz)))] [xz])$$

- Teken de term M als boom.
(3 punten)
- Geef twee verschillende α -equivalente varianten van de term M .
(4 punten)
- Geef de De Bruijn representatie van de term M .
(4 punten)
- Reduceer de term M naar β -normaalkvorm (schrijf elke stap op).
(4 punten)

Opgave 2.

- Geef een specificatie van de operatie *exclusive or*, notatie xor, die twee booleans als input neemt en *true* oplevert precies dan als precies één van de inputs *true* is.
(4 punten)
- Geef een lambda term voor xor.
(NB: om de gedachten te bepalen kan het helpen om eerst te kijken naar de functies xor true en xor false die één boolean als input nemen.)
(4 punten)
- Laat voor één van de vier mogelijke inputs zien dat xor voldoet aan de specificatie uit 2a.
(2 punten)
- Geef een definitie in de λ -calculus van de functie die als input een eindige lijst van natuurlijke getallen neemt, en als output de som van al die getallen levert. Als de input de lege lijst is geeft de functie 0 als output.
Hierbij mag je gebruikmaken van de fixed point combinator Y , de representaties voor empty (geeft *true* terug als de lijst leeg is, en *false* anders), optellen, head en tail.
(5 punten)

Opgave 3.

- a. Geef een voorbeeld van een reductiestrategie die *niet* normalizerend is. Laat met een voorbeeld zien waarom die reductiestrategie niet normalizerend is.
(5 punten)
- b. Welke redex in de term $(\lambda u. u (\lambda y. z)) (\lambda x. x ((\lambda v. v) (\lambda v. v)))$ hoeft *niet* gecontraheerd te worden om een normaalvorm te vinden?
Geef ook een reductierij naar normaalvorm (met alle stappen expliciet) waarin die redex niet gecontraheerd wordt.
(5 punten)
- c. Reduceer in de term $(\lambda x. \lambda y. x (I I)) (\lambda z. v z) \Omega$ herhaaldelijk de lazy redex totdat je een weak head normal form (WHNF) vindt.
We gebruiken hier de notatie $I = \lambda x. x$ en $\Omega = (\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$.
(5 punten)

Deel II : Procesalgebra (3 opgaven)

Merk op dat er een tabel met de axioma's van ACP is bijgevoegd bij dit tentamen!

Opgave 4. We werken in deze opgave in PA met a, b, c en d atomaire acties. Geef van de volgende drie vergelijkingen aan welke wel geldig zijn en welke niet. Motiveer elk antwoord met hetzij een berekening met de axioma's van PA hetzij een uitleg waarom de corresponderende procesgrafieën niet bisimilaar zijn.

- a. $PA \vdash (a + bc) \parallel d = ad + bcd + bdc$?
(5 punten)
- b. $PA \vdash (a + bc) \parallel d = ad + b(cd + dc)$?
(5 punten)
- c. $PA \vdash (a + b) \parallel c = ac + bc + ca + cb$?
(5 punten)

Opgave 5. Deze opgave gaat over ACP; a , b , c , d en e zijn atomaire acties, $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = c$ en alle andere communicaties zijn ongedefinieerd; verder nemen we aan dat $H = \{a, b\}$.

- a. Bepaal de procesgrafieën $G_c((ac + d) \parallel (b + e))$ en $G_c(\partial_H((ac + d) \parallel (b + e)))$.
(6 punten)
- b. Herschrijf $\partial_H((ac + d) \parallel (b + e))$ met de axioma's van ACP tot een BPA_δ -term.
(6 punten)
- c. Is het proces $\partial_H((ac + d) \parallel (b + e))$ deadlock-vrij?
(2 punten)

Opgave 6. Deze opgave gaat over BPA; a en b zijn atomaire acties.

- a. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$X = aX + b$$

(4 punten)

- b. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$X = aXX + b$$

(4 punten)

- c. Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie:

$$X = aXX + bX$$

(4 punten)

- d. Welke van de drie recursieve processen in deze opgave zijn regulier (finite-state)? Motiveer je antwoord.

(4 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Table 1: De axioma's van ACP.

(A1)	$x + y$	$= y + x$	
(A2)	$x + (y + z)$	$= (x + y) + z$	
(A3)	$x + x$	$= x$	
(A4)	$(x + y) \cdot z$	$= x \cdot z + y \cdot z$	
(A5)	$(x \cdot y) \cdot z$	$= x \cdot (y \cdot z)$	
(A6)	$x + \delta$	$= x$	
(A7)	$\delta \cdot x$	$= \delta$	
(CF1)	$a \mid b$	$= \gamma(a, b)$	als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd
(CF2)	$a \mid b$	$= \delta$	als $\gamma(a, b)$ ongedefinieerd
(CM1)	$x \parallel y$	$= x \parallel y + y \parallel x + x \mid y$	
(CM2)	$a \parallel x$	$= a \cdot x$	
(CM3)	$a \cdot x \parallel y$	$= a \cdot (x \parallel y)$	
(CM4)	$(x + y) \parallel z$	$= x \parallel z + y \parallel z$	
(CM5)	$a \cdot x \mid b$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM6)	$a \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM7)	$a \cdot x \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$	
(CM8)	$(x + y) \mid z$	$= x \mid z + y \mid z$	
(CM9)	$x \mid (y + z)$	$= x \mid y + x \mid z$	
(D1)	$\partial_H(a)$	$= a$	als $a \notin H$
(D2)	$\partial_H(a)$	$= \delta$	als $a \in H$
(D3)	$\partial_H(x + y)$	$= \partial_H(x) + \partial_H(y)$	
(D4)	$\partial_H(x \cdot y)$	$= \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$	
