



Deel I: Procesalgebra

Merk op dat er een tabel met de axioma's van ACP is bijgevoegd bij dit tentamen!

Opgave 1 Deze opgave gaat over BPA; a , b en c zijn atomaire acties.

- (a) Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie

$$X = (a + b)XX + c$$

(5 punten)

- (b) Wanneer is een procesgraaf regulier (finite-state)? (Geef de definitie.) (5 punten)

- (c) Is je oplossing bij (a) regulier? (Leg uit!) (5 punten)

Opgave 2 Deze opgave gaat over PA; a , b , c en d zijn atomaire acties.

- (a) Laat zien dat $PA \vdash ((a + b) \parallel c) \parallel d = (a + b) \parallel (c \parallel d)$. (5 punten)

- (b) Bepaal de procesgrafen $G((a + b) \parallel (c \parallel d))$ en $G((a + b)cd)$. (5 punten)

- (c) Zijn de grafen bij (b) bisimulair? (Leg uit!) (5 punten)

Opgave 3 Deze opgave gaat over ACP; a , b , c en d zijn atomaire acties, $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = c$ en alle andere communicaties zijn ongedefinieerd; verder nemen we aan dat $H = \{a, b\}$.

- (a) Bepaal de procesgrafen $G_c(aa + da)$, $G_c(b)$, $G_c((aa + da) \parallel b)$ en $G_c(\partial_H((aa + da) \parallel b))$. (6 punten)

- (b) Herschrijf $\partial_H((aa + da) \parallel b)$ met de axioma's van ACP tot een BPA_δ -term. (6 punten)

- (c) Is het proces $\partial_H((aa + da) \parallel b)$ deadlock-vrij? (Leg uit!) (3 punten)

Deel II: Lambda calculus

Opgave 4

- (a) Teken de term $(\lambda x. x y x) (\lambda y. x (y u))$ als boom.
(3 punten)
- (b) Geef twee verschillende α -equivalente varianten van de term uit 4(a).
(2 punten)
- (c) Reduceer de term $(\lambda x. x y) (\lambda z. \lambda y. zy)$ naar β -normaalkvorm.
(Schrijf elke β -reductiestap op.)
(5 punten)

Opgave 5

- (a) Reduceer de term $M = (\lambda x. x (II) (II)) (\lambda y. \lambda z. \lambda u. y y)$ in zo min mogelijk stappen naar normaalvorm.
(Schrijf elke β -reductiestap op.)
(5 punten)
- (b) Is een van de strategieën leftmost-outermost of leftmost-innermost optimaal voor het reduceren van de term M in 5(a)? Waarom (niet)?
(5 punten)
- (c) Reduceer de term M uit 5(a) volgens de leftmost-outermost strategie ('call by need') totdat je een weak head normal form (WHNF) vindt.
(5 punten)

Opgave 6

- (a) Geef de Church numerals voor 0, 1, en 2.
Geef het Church numeral c_n voor n een natuurlijk getal.
(5 punten)
- (b) Geef een definitie van successor Suc en laat zien dat er geldt $Suc c_n \rightarrow_{\beta} c_{n+1}$ voor elk natuurlijk getal n .
(5 punten)

- (c) Laat zien dat de term $Y = \lambda f. (\lambda x. f (x x)) (\lambda x. f (x x))$ een fixed point combinator is (d.w.z. $F (Y F) =_{\beta} Y F$ voor elke term F).

(5 punten)

- (d) In deze opgave mag gebruik gemaakt worden van:

Y : de fixed point combinator als in 6(c),
 $head$: geeft van een niet-lege lijst de head,
 $tail$: geeft van een niet-lege lijst de tail,
 $empty$: checkt of een lijst leeg is,
 $plus$: telt twee natuurlijke getallen bij elkaar op,
 $0, 1, \dots$: de natuurlijke getallen.

Geef een definitie van de functie met als input een eindige lijst natuurlijke getallen, en als output de som van alle elementen van die lijst (dus 0 als de lijst leeg is).

(5 punten)

Table 1: De axioma's van ACP.

(A1)	$x + y$	$= y + x$	
(A2)	$x + (y + z)$	$= (x + y) + z$	
(A3)	$x + x$	$= x$	
(A4)	$(x + y) \cdot z$	$= x \cdot z + y \cdot z$	
(A5)	$(x \cdot y) \cdot z$	$= x \cdot (y \cdot z)$	
(A6)	$x + \delta$	$= x$	
(A7)	$\delta \cdot x$	$= \delta$	
(CF1)	$a \mid b$	$= \gamma(a, b)$	als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd
(CF2)	$a \mid b$	$= \delta$	als $\gamma(a, b)$ ongedefinieerd
(CM1)	$x \parallel y$	$= x \parallel y + y \parallel x + x \mid y$	
(CM2)	$a \parallel x$	$= a \cdot x$	
(CM3)	$a \cdot x \parallel y$	$= a \cdot (x \parallel y)$	
(CM4)	$(x + y) \parallel z$	$= x \parallel z + y \parallel z$	
(CM5)	$a \cdot x \mid b$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM6)	$a \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM7)	$a \cdot x \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$	
(CM8)	$(x + y) \mid z$	$= x \mid z + y \mid z$	
(CM9)	$x \mid (y + z)$	$= x \mid y + x \mid z$	
(D1)	$\partial_H(a)$	$= a$	als $a \notin H$
(D2)	$\partial_H(a)$	$= \delta$	als $a \in H$
(D3)	$\partial_H(x + y)$	$= \partial_H(x) + \partial_H(y)$	
(D4)	$\partial_H(x \cdot y)$	$= \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$	
