

Deel I: Procesalgebra

Merk op dat er een tabel met de axioma's van ACP is bijgevoegd bij dit tentamen!

Opgave 1 Deze opgave gaat over BPA; a , b , c en d zijn atomaire acties.

- (a) Bepaal een oplossing als procesgraaf van X in de recursieve specificatie

$$X = aY + d$$

$$Y = (b + c)X$$

(5 punten)

- (b) Wanneer is een recursieve BPA-specificatie guarded? Geef de definitie en laat zien dat de specificatie uit (a) guarded is. (5 punten)

- (c) Laat zien dat een oplossing voor X in de recursieve specificatie bij (a) ook een oplossing is voor Z in de recursieve specificatie

$$Z = a(bZ + cZ) + d$$

(5 punten)

Opgave 2 Deze opgave gaat over PA; a , b en c zijn atomaire acties.

- (a) Laat zien dat $PA \vdash a(b + c) \sqsubseteq (b + c) = (a \sqsubseteq (b + c))(b + c)$. (5 punten)

- (b) Bepaal de procesgrafieën $G(bc \parallel bc)$ en $G((bc)(bc))$ en leg uit waarom deze niet bisimilaar zijn. (5 punten)

- (c) Geldt $PA \vdash ap \sqsubseteq p = (a \sqsubseteq p)p$ voor elke gesloten PA-term p ? Motiveer je antwoord. (5 punten)

Opgave 3 Deze opgave gaat over ACP; a , b , c en d zijn atomaire acties, $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = c$ en alle andere communicaties zijn ongedefinieerd; verder nemen we aan dat $H = \{a, b\}$.

- (a) Bepaal de procesgrafieën $G_c(ca + d)$, $G_c(b)$, $G_c((ca + d) \parallel b)$ en $G_c(\partial_H((ca + d) \parallel b))$. (6 punten)

- (b) Herschrijf $\partial_H((ca + d) \parallel b)$ met de axioma's van ACP tot een BPA_δ -term. (6 punten)

- (c) Is het proces $\partial_H((ca + d) \parallel b)$ deadlock-vrij? (3 punten)

Deel II: Lambda calculus

Opgave 4

- (a) Teken de term $M = (\lambda x. \lambda y. y y) ((\lambda u. u) (\lambda u. u)) ((\lambda u. v) (\lambda z. z))$ als boom. (3 punten)
- (b) Geef twee verschillende α -equivalente varianten van de term M uit 4(a). (2 punten)
- (c) Reduceer de term $(\lambda x. \lambda y. x y) (\lambda z. y)$ naar β -normaalkvorm.
(Schrijf hierbij elke β -reductiestap op.) (5 punten)

Opgave 5

- (a) In de *parallel-outermost* strategie worden alle outermost β -redexen in één stap gecontraheerd.
Is deze strategie normalizerend?
Leg uit waarom (niet).
(5 punten)
- (b) Welke redex in de term $(\lambda x. x ((\lambda u. u) (\lambda u. u))) \lambda u. v$ hoeft niet gecontraheerd te worden om een normaalvorm te vinden?
Geef ook een reductierij naar normaalvorm (met alle stappen expliciet) waarin die redex niet gecontraheerd wordt.
(5 punten)
- (c) Reduceer de term
$$(\lambda x. x (I) (I)) (\lambda u. \lambda v. \lambda w. v w)$$
volgens de leftmost-outermost strategie ('call by need') totdat je een weak head normal form vindt.
Hier gebruiken we $I = \lambda x. x$.
(5 punten)

Opgave 6

- (a) We representeren lijsten gebruikmakend van de concatenatie-operatie
 $\text{cons} = \lambda h t. \lambda z. z h t$.
Geef de specificaties van de volgende operaties:
head, die een niet-lege lijst l als input neemt en als output het eerste element van l levert, en
tail, die een niet-lege lijst l als input neemt en als output de lijst levert die ontstaat door het eerste element van l af te halen.
(5 punten)

- (b) Geef de definities van *head* en *tail* in de λ -calculus, en laat zien dat ze voldoen aan de specificaties gegeven in 6(a).

(5 punten)

- (c) Gebruik $\text{nil} = \lambda z. \text{true}$ als representatie voor de lege lijst. Geef een definitie in de λ -calculus van de operatie *empty* die test of een lijst leeg is, en laat zien dat de definitie voldoet aan het volgende:

1. $\text{empty nil} \rightarrow_{\beta} \text{true}$,
2. $\text{empty} (\text{cons } H T) \rightarrow_{\beta} \text{false}$.

(5 punten)

- (d) Gebruik de fixed point combinator $Y = \lambda f. (\lambda x. f (x x)) (\lambda x. f (x x))$ om een definitie in de λ -calculus te geven van de functie *map* met de volgende specificatie:

$$\begin{aligned} \text{map } g \text{ nil} &= \text{nil} \\ \text{map } g (\text{cons } h t) &= \text{cons } (g(h)) (\text{map } g t) \end{aligned}$$

NB:

Hier is g een functie op de elementen van de lijst.

Je mag gebruik maken van de operaties *head*, *tail* en *empty*.

(5 punten)

Table 1: De axioma's van ACP.

(A1)	$x + y$	$= y + x$	
(A2)	$x + (y + z)$	$= (x + y) + z$	
(A3)	$x + x$	$= x$	
(A4)	$(x + y) \cdot z$	$= x \cdot z + y \cdot z$	
(A5)	$(x \cdot y) \cdot z$	$= x \cdot (y \cdot z)$	
(A6)	$x + \delta$	$= x$	
(A7)	$\delta \cdot x$	$= \delta$	
(CF1)	$a \mid b$	$= \gamma(a, b)$	als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd
(CF2)	$a \mid b$	$= \delta$	als $\gamma(a, b)$ ongedefinieerd
(CM1)	$x \parallel y$	$= x \parallel y + y \parallel x + x \mid y$	
(CM2)	$a \parallel x$	$= a \cdot x$	
(CM3)	$a \cdot x \parallel y$	$= a \cdot (x \parallel y)$	
(CM4)	$(x + y) \parallel z$	$= x \parallel z + y \parallel z$	
(CM5)	$a \cdot x \mid b$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM6)	$a \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot x$	
(CM7)	$a \cdot x \mid b \cdot x$	$= (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$	
(CM8)	$(x + y) \mid z$	$= x \mid z + y \mid z$	
(CM9)	$x \mid (y + z)$	$= x \mid y + x \mid z$	
(D1)	$\partial_H(a)$	$= a$	als $a \notin H$
(D2)	$\partial_H(a)$	$= \delta$	als $a \in H$
(D3)	$\partial_H(x + y)$	$= \partial_H(x) + \partial_H(y)$	
(D4)	$\partial_H(x \cdot y)$	$= \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$	
