

Tentamen ITI (Inleiding Theoretische Informatica)

deel I: Procesalgebra

19 augustus 2002

Voor het deel Procesalgebra zijn er 3 opgaven, 1, 2 en 3. Voor het gedeelte over Lambda calculus zijn er ook 3 opgaven, 4, 5 en 6. Bij elke opgave is het aantal te behalen punten aangegeven. In totaal kunnen 90 punten behaald worden. 10 punten zijn gratis. Het eindcijfer is het aantal punten gedeeld door 10. Pagina 3 bevat de axioma's van ACP.

Opgave 1. [15 punten]

(a) We hebben atomaire acties a, b, c . Gegeven is het recursiestelsel in BPA:

$$X = a(X + Y) + b$$

$$Y = cX$$

Teken de procesgraaf van proces X .

(b) Gegeven is het recursiestelsel in BPA:

$$C = aCD + b$$

$$D = cC$$

Teken de procesgraaf van proces C . Schrijf daartoe eerst de processen $C, CD, CDD, CDDD, \dots$ op gelijke hoogte op een regel; daaronder op gelijke hoogte op een regel $D, DD, DDD, \dots$ zodat D^n onder CD^n staat. Teken dan de actiepijlen.

(c) Laat zien dat de procesgraaf van X uit deel (a) niet bisimilaar is met die van C .

Opgave 2. [15 punten]

We werken in ACP.

(a) Gegeven zijn atomaire acties a, b, c, d, e met communicaties $a \mid b = d$, andere communicaties triviaal. Bereken met de axioma's van ACP (de tabel van ACP is bijgesloten):

$$\partial_H (a \parallel (b + c + e))$$

met $H = \{a, b\}$.

(b) Bereken de uitkomst van deze term ook met behulp van procesgrafieën. Maak duidelijke, grote figuren.

Opgave 3. [15 punten]

We werken in PA, dus zonder communicatie.

(i) We hebben acties a, b, c . Bewijs dat

$$PA \models a \parallel (b + c) = (a \parallel b) + (a \parallel c).$$

(ii) Geldt voor *alle* PA-termen p, q, r dat

$$PA \models p \parallel (q + r) = (p \parallel q) + (p \parallel r)?$$

- (A1) $x + y = y + x$
- (A2) $x + (y + z) = (x + y) + z$
- (A3) $x + x = x$
- (A4) $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$
- (A5) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$
- (A6) $x + \delta = x$
- (A7) $\delta \cdot x = \delta$
- (C1) $a \mid b = \gamma(a, b)$ als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd, anders δ
- (C2) $(a \mid b) \mid c = a \mid (b \mid c)$
- (C3) $\delta \mid a = \delta$
- (CM1) $x \parallel y = x \parallel y + y \parallel x + x \mid y$
- (CM2) $a \parallel x = a \cdot x$
- (CM3) $a \cdot x \parallel y = a \cdot (x \parallel y)$
- (CM4) $(x + y) \parallel z = x \parallel z + y \parallel z$
- (CM5) $a \cdot x \mid b = (a \mid b) \cdot x$
- (CM6) $a \mid b \cdot x = (a \mid b) \cdot x$
- (CM7) $a \cdot x \mid b \cdot y = (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$
- (CM8) $(x + y) \mid z = x \mid z + y \mid z$
- (CM9) $x \mid (y + z) = x \mid y + x \mid z$
- (D1) $\partial_H(a) = a$ als $a \notin H$
- (D2) $\partial_H(a) = \delta$ als $a \in H$
- (D3) $\partial_H(x + y) = \partial_H(x) + \partial_H(y)$
- (D4) $\partial_H(x \cdot y) = \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$

Tentamen Inleiding Theoretische Informatica
Deel II : Lambda Calculus (3 opgaven)
19 augustus 2002

Opgave 4.

- a. Schrijf de λ -term $(\lambda xy. x (\lambda z. y (z z))) (\lambda uv. u u v)$
in de notatie met alle haakjes, en teken hem als boom.
(5 punten)
- b. Geef gebruik makend van de fixed point combinator Y een representatie
van de faculteitsfunctie. Je mag gebruik maken van de voorgedefinieerde
natuurlijke getallen, een test op nul, vermenigvuldigen, en aftrekken.
(5 punten)

Opgave 5.

- a. Geef de Church numerals voor 0, 1, en 2.
Geef het Church numeral c_n voor n een natuurlijk getal.
(5 punten)
- b. Geef een definitie van successor Suc en laat zien dat er geldt $Suc c_n \rightarrow_{\beta} c_{n+1}$
voor elk natuurlijk getal n .
(5 punten)
- c. We gebruiken de paringsoperator $\pi = \lambda rz. z l r$. Geef de specificaties van
de eerste projectie π_1 en de tweede projectie π_2 .
(5 punten)
- d. Geef de definities van π_1 en π_2 en laat zien dat ze voldoen aan de specifi-
catie gegeven in c.
(5 punten)

Opgave 6.

- a. Geef de lazy reductierij van de term

$$M = (\lambda x. f (x \Omega \mid)) (\lambda u. \lambda v. v w)$$

met $\Omega = (\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$ en $\mid = \lambda x. x$.

(5 punten)

- b. De *rightmost-outermost* reductiestrategie selecteert van de outermost (buitenste) redexen de meest rechtse.

Laat zien dat deze strategie niet normalizerend is.

(5 punten)

- c. Geef een nadeel van de leftmost-innermost strategie en illustreer dit met een voorbeeld.

(5 punten)