



Tentamen ITI (Inleiding Theoretische Informatica)

deel I: Procesalgebra

8 Mei 2002

Voor het deel Procesalgebra zijn er 3 opgaven, 1, 2 en 3. Voor het gedeelte over Lambda calculus zijn er ook 3 opgaven, 4, 5 en 6. Bij elke opgave is het aantal te behalen punten aangegeven. In totaal kunnen 90 punten behaald worden. 10 punten zijn gratis. Het eindcijfer is het aantal punten gedeeld door 10. Pagina 3 bevat de axioma's van ACP.

Opgave 1. [15 punten]

Gegeven zijn atomaire acties a, b . Bekijk (in PA) het proces X met recursieve definitie

$$X = (aa \parallel b).X.$$

- (a) Geef een equivalente definitie van het proces X in BPA.
- (b) Teken de procesgraaf van proces X .
- (c) Teken ook de procesgraaf van het recursief gedefiniëerde proces

$$Y = (a \parallel b).Y.$$

Laat zien dat de procesgraaf van X niet bisimilaair is met die van Y .

Opgave 2. [15 punten]

We werken in ACP.

- (a) Gegeven zijn atomaire acties a, b, c, d , met communicaties $b \mid c = d$, andere communicaties triviaal. Bereken met de axioma's van ACP (de tabel van ACP is ingesloten op pag.3):

$$\partial_H ((ab + ba) \parallel c)$$

met $H = \{b, c\}$.

- (b) Bereken de uitkomst van deze term ook met behulp van procesgrafieën. Maak duidelijke, grote figuren.

Opgave 3. [15 punten]

- (a) Bekijk weer het proces Y met $Y = (a \parallel b).Y$, uit Opgave 1. We laten dit proces

communiceren met het proces Z gedefiniëerd door $Z = c.Z$, met communicaties $b \mid c = d$, andere communicaties triviaal. Het totale proces U is $\partial_H(Y \parallel Z)$ met $H = \{b, c\}$. Geef zonder te rekenen een recursievergelijking voor proces U (alleen antwoord volstaat; het antwoord van Opgave 2 kan behulpzaam zijn).

(b) We werken in BPA. Het proces X is gedefiniëerd door $X = aXXX + aXX$. Wat stelt het proces X voor, en is er een eenvoudigere recursieve vergelijking voor hetzelfde proces te geven?

(c) We werken nu in ACP, met atomaire acties a, b, c, d . Gegeven zijn drie processen gedefiniëerd door

$$X = abcX,$$

$$Y = acbY,$$

$$Z = bacZ.$$

met communicaties $b \mid c = d$ en $a \mid b = d$. Andere communicaties zijn triviaal, dus δ . Verder is

$H =$

$\{a, b, c\}$. Welke van de vijf processen

$$\partial_H(X \parallel Y)$$

$$\partial_H(Y \parallel Z)$$

$$\partial_H(Z \parallel X)$$

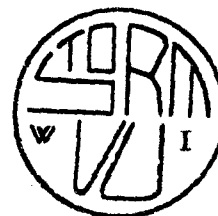
$$\partial_H(X \parallel X)$$

$$\partial_H(Z \parallel Z)$$

vertoont deadlock gedrag (d.w.z. heeft een trace dat in δ eindigt)? Alleen antwoord (ja/nee, vijfmaal) volstaat.



- (A1) $x + y = y + x$
 (A2) $x + (y + z) = (x + y) + z$
 (A3) $x + x = x$
 (A4) $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$
 (A5) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$
 (A6) $x + \delta = x$
 (A7) $\delta \cdot x = \delta$
 (C1) $a \mid b = \gamma(a, b)$ als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd, anders δ
 (C2) $(a \mid b) \mid c = a \mid (b \mid c)$
 (C3) $\delta \mid a = \delta$
 (CM1) $x \parallel y = x \parallel y + y \parallel x + x \mid y$
 (CM2) $a \parallel x = a \cdot x$
 (CM3) $a \cdot x \parallel y = a \cdot (x \parallel y)$
 (CM4) $(x + y) \parallel z = x \parallel z + y \parallel z$
 (CM5) $a \cdot x \mid b = (a \mid b) \cdot x$
 (CM6) $a \mid b \cdot x = (a \mid b) \cdot x$
 (CM7) $a \cdot x \mid b \cdot y = (a \mid b) \cdot (x \parallel y)$
 (CM8) $(x + y) \mid z = x \mid z + y \mid z$
 (CM9) $x \mid (y + z) = x \mid y + x \mid z$
 (D1) $\partial_H(a) = a$ als $a \notin H$
 (D2) $\partial_H(a) = \delta$ als $a \in H$
 (D3) $\partial_H(x + y) = \partial_H(x) + \partial_H(y)$
 (D4) $\partial_H(x \cdot y) = \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$



Tentamen Inleiding Theoretische Informatica
Deel II : Lambda Calculus (3 opgaven)
8 mei 2002

Opgave 4.

- a. Schrijf de λ -term $(\lambda x. x y y) (\lambda z. z v) ((\lambda u. u) v w)$ in de notatie met alle haakjes, en teken hem als boom.

(5 punten)

- b. Geef een definitie van de booleans en de functie not op booleans in de λ -calculus.

Laat zien dat de functie not inderdaad de negatie op booleans implementeert.

(5 punten)

Opgave 5. We gebruiken de volgende definities:

$$\begin{aligned}\text{nil} &= \lambda x. \text{true} \\ \text{cons} &= \lambda h t. \lambda z. z h t\end{aligned}$$

(Dit is niet de standaard definitie van nil zoals in het dictaat!)

- a. Geef de specificatie van een functie empty die checkt of een lijst leeg is of niet.

(5 punten)

- b. Geef een definitie van empty in de λ -calculus en laat zien dat hij voldoet aan de specificatie gegeven in a.

(5 punten)

- c. De fixed point combinator Y is gedefinieerd als volgt:

$$Y = \lambda f. (\lambda x. f (x x)) (\lambda x. f (x x)).$$

Laat zien dat er voor een willekeurige term F geldt $F (Y F) =_{\beta} Y F$.

(5 punten)

- d. Geef een definitie van de functie die als input een eindige lijst natuurlijke getallen neemt, en als output de som van alle elementen van die lijst levert.

Je mag gebruik maken van de functies head en tail zonder de definitie daarvan te geven. Verder mag je gebruiken: de voorgedefinieerde natuurlijke getallen en de voorgedefinieerde functie die twee natuurlijke getallen optelt.

(5 punten)

Opgave 6.

- a. De *rightmost-innermost* reductiestrategie selecteert van de innermost (binnenste) redexen de meest rechtse.
Laat zien dat deze strategie niet normalizerend is.
(5 punten)
- b. De *rightmost-outermost* reductiestrategie selecteert van de outermost (buitenste) redexen de meest rechtse.
Laat zien dat deze strategie niet normalizerend is.
(5 punten)
- c. Geef een nadeel van de leftmost-outermost strategie en illustreer dit met een voorbeeld.
(5 punten)