

Tentamen ITI (Inleiding Theoretische Informatica)

10 Mei 2001

Voor het deel Procesalgebra zijn er 3 opgaven, 1, 2 en 3. Voor het gedeelte over Lambda calculus zijn er ook 3 opgaven, 4, 5 en 6. Elk van de 6 opgaven is 15 punten waard. In totaal kunnen dus 90 punten behaald worden. 10 punten zijn gratis. Het eindcijfer is het aantal punten gedeeld door 10. Er zijn 5 pagina's voor het hele tentamen.

Opgave 1. [15 punten]

(a) [5punten] Gegeven is het stelsel recursievergelijkingen

$$X = aX + bcY + d,$$

$$Y = aaY + cdX.$$

(Hierbij zijn a, b, c, d , atomaire acties, X, Y zijn recursievariabelen.)

Teken de procesgraaf van proces X .

(b) [5 punten] We werken in deze opgave in BPA. Laten X en Y twee recursief gedefinieerde processen zijn, gedefiniëerd door $X = aX$ en $Y = aY$. (Hierbij is 'a' een atomaire actie.) Waarom is $X = Y$? Met dit als hint, bewijs dat voor het proces X met $X = aX$ geldt: $X = X \parallel X$. Doe dit door berekening in BPA, niet met grafen.

(c) [5 punten] Bekijk nogmaals proces X met $X = aX$, als boven. Bewijs nu met grafen dat $X = X \parallel X$. Dus bepaal de graaf van X en ook van $X \parallel X$, en laat zien dat deze bisimileren.

Opgave 2. [15 punten]

(a) [5 punten] Gegeven zijn atomaire acties a, b, c, d, e en communicatie $c|d = e$. Andere communicaties zijn triviaal. Verder is $H = \{c, d\}$. Bereken met de axioma's van ACP (zie bijgesloten tabel) de uitkomst van de volgende term:

$$\partial_H((a + c) \parallel (b + d)).$$

(b) [5 punten] Bereken de uitkomst van de term in (a) ook met behulp van procesgrafien. Maak duidelijke, grote figuren.

(c) [5 punten] Gegeven zijn atomaire acties a, b, c, d, e en communicaties $a|a = e$, $b|b = e$, $c|c = e$ en $d|d = e$. Andere communicaties zijn triviaal. Verder is $H = \{a, b, c, d\}$. Bepaal, zonder te

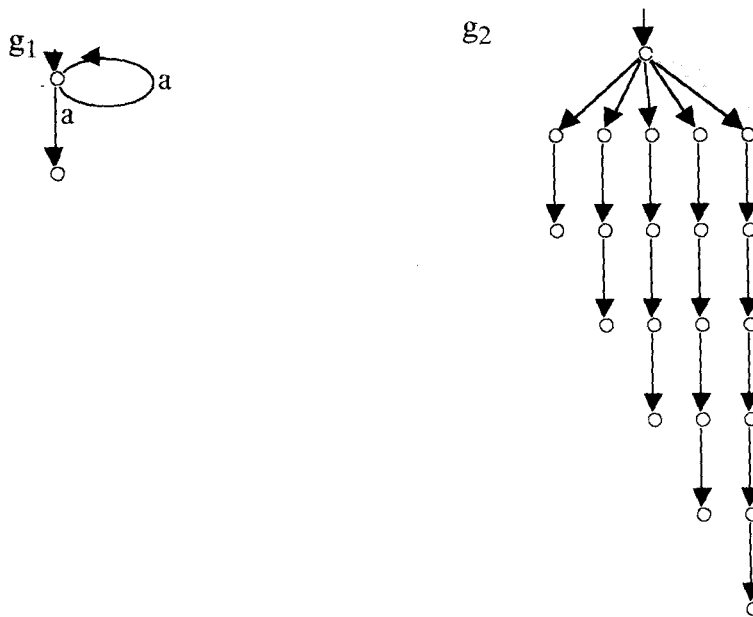
berekenen, maar met behulp van ‘intuïtie’, de uitkomst van de volgende term. Alleen het antwoord volstaat. Is dit een deadlock-vrij proces?

$$\partial_H(abcd \parallel acbd).$$

Opgave 3. [15 punten]

- (a) [5 punten] Bekijk de twee procesgrafieën in Figuur 1. In beide grafen zijn alle labels ‘a’; ook in de graaf g_2 waar de labels niet getekend zijn. Bepaal of deze grafen bisimilaair zijn; zo ja, geef een bisimulatie, zo nee, leg uit waarom niet.
- (b) [5 punten] Noem een stelling waarin het begrip ‘bisimilaair’ voorkomt, en geef een uitleg.
- (c) [5 punten] We werken in PA. Geef een eenvoudig tegenvoorbeeld tegen de vergelijking

$$(x \parallel y)z = xz \parallel yz.$$



Figuur 1

- (A1) $x + y = y + x$
 (A2) $x + (y + z) = (x + y) + z$
 (A3) $x + x = x$
 (A4) $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$
 (A5) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

 (A6) $x + \delta = x$
 (A7) $\delta \cdot x = \delta$

 (C1) $a|b = \gamma(a, b)$ als $\gamma(a, b)$ gedefinieerd, anders δ
 (C2) $(a|b)|c = a|(b|c)$
 (C3) $\delta|a = \delta$

 (CM1) $x \parallel y = x \sqcup y + y \sqcup x + x|y$
 (CM2) $a \sqcup x = a \cdot x$
 (CM3) $ax \sqcup y = a(x \parallel y)$
 (CM4) $(x + y) \sqcup z = x \sqcup z + y \sqcup z$
 (CM5) $ax|b = (a|b)x$
 (CM6) $a|bx = (a|b)x$
 (CM7) $ax|by = (a|b)(x \parallel y)$
 (CM8) $(x + y)|z = x|z + y|z$
 (CM9) $x|(y + z) = x|y + x|z$

 (D1) $\partial_H(a) = a$ als $a \notin H$
 (D2) $\partial_H(a) = \delta$ als $a \in H$
 (D3) $\partial_H(x + y) = \partial_H(x) + \partial_H(y)$
 (D4) $\partial_H(x \cdot y) = \partial_H(x) \cdot \partial_H(y)$

Tentamen Inleiding Theoretische Informatica
Deel II : Lambda Calculus (3 opgaven)
10 mei 2001

Opgave 4.

- a. Schrijf de lambda term $(\lambda x. \lambda y. x y y) z ((\lambda u. \lambda v. v w) f \lambda x. x)$ in de notatie met alle haakjes, en teken hem als boom.

(5 punten)

- b. We gebruiken pairing en projectie gedefinieerd als

$$\begin{aligned}\pi &= \lambda r z. z l r \\ \pi_1 &= \lambda u. u (\lambda l r. l) \\ \pi_2 &= \lambda u. u (\lambda l r. r)\end{aligned}$$

Laat zien dat voor willekeurige termen P en Q het volgende geldt:

$$\pi_1 (\pi P Q) \rightarrow_{\beta} P.$$

Geef de reductierij stap voor stap.

(5 punten)

- c. We gebruiken de definities van de Church numerals en Plus:

$$\begin{aligned}c_n &= \lambda s. \lambda z. s^n(z) \\ \text{Plus} &= \lambda x y. \lambda s z. x s (y s z)\end{aligned}$$

Laat zien dat er geldt $\text{Plus } c_0 c_1 \rightarrow_{\beta} c_1$. Geef de reductierij stap voor stap.

(5 punten)

Opgave 5.

- a. Laat zien dat er geldt $Y =_{\beta} F (Y F)$ voor een willekeurige term F .

(De term Y is de fixed point combinator.)

(5 punten)

- b. Beschrijf de methode om gebruikmakend van Y een recursie functie met specificatie $G =_{\beta} \dots G \dots$ te definiëren.

(5 punten)

- c. Geef, gebruikmakend van de methode uit 5b, een representatie van de functie s die als input een natuurlijk getal n neemt en als output de som van de getallen 0 tot n levert. Gebruik desgewenst de conditional cond, de voorgedefinieerde natuurlijke getallen, en de voorgedefinieerde functies plus (voor het optellen van twee voorgedefinieerde natuurlijke getallen), pre (voor de predecessor van een natuurlijk getal), en iszero (voor het testen of een voorgedefinieerd getal nul is of niet; de output is een boolean).

(5 punten)

Opgave 6. We bekijken de term

$$M = (\lambda x. f(x \Omega I)) (\lambda u. \lambda v. v w)$$

met $\Omega = (\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$ en $I = \lambda x. x$.

- a. Reduceer M volgens de leftmost-innermost (call by value) strategie.
(5 punten)
- b. Reduceer M volgens de leftmost-outermost (call by need) strategie.
Heeft M een normaalvorm? Waarom (niet)?
(5 punten)
- c. Reduceer M volgens de lazy strategie.
Heeft M een weak head normal form (WHNF)? Waarom (niet)?
(5 punten)