

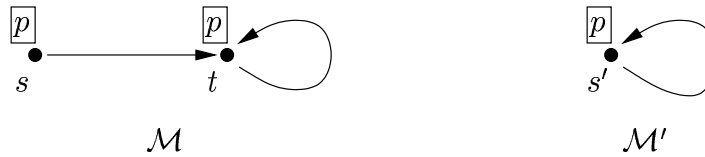
Opgave 4 We voegen een nieuwe modale operator ‘!’ toe aan de modale basistaal. De semantiek van deze nieuwe operator wordt gegeven door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash !\varphi \iff \mathcal{M}, s \Vdash \varphi \text{ en } \mathcal{M}, t \nVdash \varphi \text{ voor alle } t \neq s.$$

(Dus, $!\varphi$ betekent ‘alleen hier φ ’)

- Wanneer karakteriseert een modale formule φ een klasse van frames $\mathbf{K}$? (Geef de definitie van karakteriseerbaarheid.) (5 ptn.)
- Bewijs dat de formule $!p \rightarrow \Box \neg p$ de klasse van irreflexieve frames karakteriseert. (10 ptn.)

Opgave 5 Beschouw de volgende modellen $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$:



- Is de formule $p \rightarrow \Diamond p$ waar in $\mathcal{M}$? Is de formule $p \rightarrow \Diamond p$ geldig in het frame $(\{s, t\}, \{(s, t), (t, t)\})$ waarop $\mathcal{M}$ is gebaseerd? (5 ptn.)
- Definieer een relatie Z tussen $\mathcal{M}$ en $\mathcal{M}'$ die aantoont dat $\mathcal{M}, s \not\cong \mathcal{M}', s'$. (Motiveer je antwoord door te laten zien dat Z inderdaad voldoet aan de drie voorwaarden van de definitie van bisimulatie tussen modellen) (5 ptn.)
- Beschouw nu weer de nieuwe modale operator ‘!’ gedefinieerd in Opgave 4. Leg aan de hand van onderdeel b van deze opgave (Opgave 5) uit waarom de formule $!p$ niet equivalent kan zijn met een formule uit de modale basistaal. (5 ptn.)

Opgave 6

- Geef axioma (A1) (het waarheidsaxioma) van het afleidingssysteem T . (5 ptn.)
- De regel

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{K\varphi \rightarrow K\psi} \quad (D)$$

is een afgeleide regel van het systeem K . Is het ook een afgeleide regel van het systeem T ? (Motiveer je antwoord.) (5 ptn.)

- Laat zien dat $\vdash_T K\neg p \rightarrow K\neg Kp$. (5 ptn.)