

Opgave 1 Zij Δ een nieuwe modale operator, die toegevoegd wordt aan de modale basistaal. De semantiek van deze nieuwe operator wordt gegeven door:

$$\mathcal{M}, s \Vdash \Delta\varphi \iff \text{er is precies één } t \text{ met } Rst \text{ en } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi.$$

- a) Laat zien dat de formule $\Diamond p \rightarrow \Delta p$ de klasse van partieel functionele frames karakteriseert.
(Hint 1: Een relatie R is partieel functioneel als R voldoet aan $\forall xyz((Rxy \wedge Rxz) \rightarrow y = z)$.)
(Hint 2: De semantiek van Δ kan worden herformuleerd als

$$\begin{aligned} \mathcal{M}, s \Vdash \Delta\varphi \iff & \text{er is een } t \text{ met } Rst \text{ en } \mathcal{M}, t \Vdash \varphi \\ & \text{en voor alle } u \text{ geldt: als } Rsu \text{ en } \mathcal{M}, u \Vdash \varphi, \text{ dan } u = t. \end{aligned}$$

(10 ptn.)

- b) Laat zien dat er geen formule ψ in de modale basistaal bestaat die equivalent is met Δp . (10 ptn.)

Opgave 2

- a) Geef de axioma's (A1), (A2) en (A3). (3 ptn.)
b) Formuleer de volledighedsstelling voor het systeem $S5$. (3 ptn.)
c) Laat zien dat $\vdash_{S5} \neg K \neg K p \rightarrow p$. (10 ptn.)
d) Laat zien dat $\not\vdash_{S4} p \rightarrow K \neg K \neg p$. (9 ptn.)

Opgave 3

- a) Bewijs of weerleg dat $PA \vdash (a + b)c \sqcup ab = (a + b)(c \sqcup ab)$. (8 ptn.)
b) Geef de oplossingen in het graafmodel voor de volgende recursieve specificatie:

$$\begin{aligned} X &= aaX + bY \\ Y &= bY + aX + d. \end{aligned}$$

(7 ptn.)

- c) Zij γ de communicatiefunctie gegeven door $\gamma(a, b) = \gamma(b, a) = e$. Zij $H = \{a, b\}$ een verzameling subatomaire acties. Bereken in ACP een basisterm behorend bij de term $\partial_H(bea \parallel (b + ab))$. (10 ptn.)

Opgave 4 Zij $\Sigma = \{\forall x((\neg Ax \vee \neg Bx) \rightarrow Px), \neg Bs\}$.

- a) Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma \models_P \neg Ps$ geldig is. (7 ptn.)
b) Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma \models_{P;A} \neg Ps$ geldig is. (7 ptn.)
c) Zij nu Σ , P , A en φ willekeurig. Bewijs of weerleg dat $\Sigma \models_{P;A} \varphi \implies \Sigma \models_P \varphi$. (6 ptn.)

U dient uw antwoorden in opgave 4(a) en 4(b) als volgt te motiveren: Bij ongeldigheid specificeert u een tegenmodel, een tekeningetje volstaat. Bij geldigheid geeft u in één of enkele zinnen kort aan waarom de gevolgtrekking volgens u geldt. Een volledig bewijs is niet vereist.

Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het behaalde aantal punten plus één.