

Opgave 1

We voegen het zogenaamde universele ruitje $\blacklozen$ toe aan de modale basistaal. De semantiek van dit ruitje wordt gegeven door:

$\mathcal{M}, s \Vdash \blacklozen \phi$ als er een t is waarvoor geldt $\mathcal{M}, t \Vdash \phi$.

- a) Laat zien dat de formule $p \rightarrow \blacklozen \blacklozen p$ de klasse van frames karakterizeert waarin ieder punt een voorganger heeft ($\forall x \exists y Ryx$). (10 ptn.)
- b) Toon aan dat er geen formule ϕ in de modale basistaal bestaat die equivalent is met $\blacklozen p$. (10 ptn.)

Opgave 2

- a) Wat zijn de extra axioma's (dat wil zeggen, vergeleken met het basissysteem K) van het afleidingsysteem S4? (5 ptn.)
- b) Laat zien dat $\vdash_{S4} \neg K \neg p \rightarrow \neg K K \neg p$. (10 ptn.)

Opgave 3

- a) Bewijs of weerleg dat $PA \vdash b \parallel (a + ab) = b \parallel a + b \parallel ab$. (10 ptn.)
- b) Gegeven zijn de communicatiefunctie γ gegeven door $\gamma(b, c) = a$, en een verzameling subatomaire acties $H = \{b, c\}$. Bereken in ACP een basisterm behorende bij de term $\partial_{\{b, c\}}(bac \parallel cab)$. (10 ptn.)
- c) De processen X en Y zijn recursief gedefinieerd door $X = abY$ en $Y = cdX$. De communicatiefunctie γ is gegeven door $\gamma(a, c) = e$, $\gamma(b, d) = f$. Geef een recursieve BPA-specificatie voor het proces $Z = \partial_{\{a, b, c, d\}}(X \parallel Y)$. (10 ptn.)

Opgave 4 Laat $\Sigma = \{\forall x((Ax \wedge \neg Bx) \rightarrow Px), Ac \wedge Bc, Ad, c \neq d\}$.

- a) Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma \models_B Pd$ geldig is. (8 ptn.)
- b) Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma \models_{B;P} Pd$ geldig is. (8 ptn.)
- c) Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma' \models_{B;P} Pd$ geldig is, voor $\Sigma' = \Sigma - \{c \neq d\}$ (5 ptn.)
- d) Ga na of de gevolgtrekking $\Sigma \models_{B;P} \forall x((Ax \wedge \neg Bx) \leftrightarrow Px)$ geldig is. (4 ptn.)

U dient uw antwoorden in opgave 4 als volgt te motiveren: Bij ongeldigheid specificeert u een tegenmodel, een tekeningetje volstaat. Bij geldigheid geeft u in één of enkele zinnen kort aan waarom de gevolgtrekking volgens u geldt. Een volledig formeel bewijs is niet vereist.

Het tentamencijfer is gelijk aan het tiende deel van het behaalde aantal punten, plus één.