

1. Gegeven is het onderstaande LP-probleem (P).

$$\max z = 4x_1 + 3x_2 + 12x_3$$

$$2x_1 + 5x_2 - 6x_3 \geq 56$$

$$x_1 + 7x_2 + 4x_3 \leq 124$$

$$3x_1 - 2x_2 + 8x_3 = 98$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

We lossen (P) en het duale probleem (D) op door de Simplex methode toe te passen.

- (a) Introduceer voor (P) de noodzakelijke surplus, artificiële en slack variabelen. Geef vervolgens het start *Simplex* tableau voor fase 1. Je hoeft fase 1 niet uit te voeren. Wat moet men na fase 1 doen ter voorbereiding van fase 2? Hieronder staat het start *Simplex* tableau van fase 2 zonder de *z*-rij. Vul zelf de correcte *z*-rij in.

var	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_5$	x_6	$\bar{x}_7$	RHS
z	?	?	?	?	?	?	?	?
x_1	1	14/17	0	-4/17	4/17	0	3/17	518/17
x_6	0	143/17	0	-2/17	2/17	1	-7/17	1534/17
x_3	0	-19/34	1	3/34	-3/34	0	1/17	14/17

Fase 2 bestaat slechts uit één iteratie. Het *eind*-tableau van fase 2 voor probleem (P) staat hieronder (onvolledig!) gegeven.

var	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_5$	x_6	$\bar{x}_7$	RHS
z	?	?	?	?	-4/143	109/143	157/143	?
x_7	?	?	?	?	32/143	-14/143	31/143	3094/143
x_7	?	?	?	?	2/143	17/143	-7/143	1534/143
x_7	?	?	?	?	-23/286	19/286	9/286	975/143

- (b) Vul de ontbrekende getallen en basisvariabelen in en geef de *volledige* [d.w.z. zowel de waarden van de beslissingsvariabelen als de waarde van de criteriumfunctie] optimale oplossing van (P).
- (c) Formuleer het duale probleem (D) en geef de *volledige* oplossing van (D) [d.w.z. zowel de optimale waarde van de criteriumfunctie als de waarden van de duale variabelen].
- (d) Wijzig in (P) de opbrengstcoëfficiënt van x_2 van 3 in $3+\eta$ en bereken de nieuwe volledige oplossingen van zowel (P) als (D) als functie van η behorende bij het huidige eindtableau van (P). Bereken vervolgens het toegelaten interval voor de opbrengstcoëfficiënt van x_2 .
- (e) Wijzig de rechterkantcoëfficiënt van de tweede bijvoorwaarde van (P) van 124 in $124+\theta$ en bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van θ behorende bij het huidige eindtableau van (D). Bereken vervolgens het toegelaten interval voor de rechterkantcoëfficiënt van de tweede bijvoorwaarde van (P).

- (f) We wijzigen nu (uitgaande van (P)) de opbrengstcoëfficiënten van x_1 , x_2 en x_3 *simultaan* van 4, 3 en 12 in resp. $4 + \eta$, $3 - 2\eta$ en $12 + 3\eta$. Bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van η en bereken voor welke waarden van η de optimale oplossingen *niet wezenlijk* veranderen.
- (g) We wijzigen nu (uitgaande van (P)) de rechterkantcoëfficiënten van de eerste, tweede en derde bijvoorwaarde *simultaan* van 56, 124 en 98 in resp. $56 + 2\theta$, $124 - 3\theta$ en $98 + \theta$. Bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van θ en bereken voor welke waarden van θ de optimale oplossingen *niet wezenlijk* veranderen.
2. Het bedrijf 'Altijd Alles Op Tijd' [AAOT] moet voor de komende n maanden een inkoop- en productieplan ontwerpen voor een populair product. De vraag naar dit product is bij AAOT bekend: in maand j is de vraag gelijk aan V_j , $j = 1, \dots, n$. AAOT kan in maand j hoogstens C_j producten maken en we nemen uiteraard aan dat voor alle $k = 1, \dots, n$ geldt $\sum_{j=1}^k C_j \geq \sum_{j=1}^k V_j$ omdat anders nooit aan alle vraag op tijd zal kunnen worden voldaan. Voor de productie zijn m verschillende grondstoffen nodig. De inkooprijzen van de grondstoffen zijn niet in alle maanden gelijk, maar wel al aan het begin van maand 1 bekend voor alle komende n maanden. In maand j kost één eenheid van grondstof i een bedrag b_{ij} . Het maken van één product vereist een hoeveelheid a_i van grondstof i , $i = 1, \dots, m$. De productiekosten zijn ook afhankelijk van de maand waarin geproduceerd wordt: in maand j bedragen de productiekosten p_j per product. Grondstoffen kunnen altijd in onbeperkte hoeveelheden worden ingekocht aan het begin van de maand en nog in dezelfde maand voor de productie gebruikt worden. Alle eenmaal ingekochte grondstoffen blijven tot de laatste maand bruikbaar. Aan de vraag V_j hoeft pas aan het eind van maand j voldaan te worden, dus producten gemaakt in maand j kunnen gebruikt worden om te voldoen aan de vraag in maand j . Vanwege de wisselende inkooprijzen [van de grondstoffen] en productiekosten, alsmede vanwege de maandaafhankelijke productiecapaciteit, vraagt AAOT zich af in hoeverre het aan te bevelen is grondstoffen eerder in te kopen en producten vooruit te produceren. De grondstoffen die niet onmiddellijk gebruikt worden moeten wel worden opgeslagen voor een bedrag h_i per maand per eenheid van grondstof i . Het opslaan van één eenheid van grondstof i vereist een oppervlakte γ_i en voor de totale opslag van de grondstoffen is altijd hoogstens een oppervlakte Γ beschikbaar. Nieuw ingekochte grondstoffen hoeven de eerste maand niet te worden opgeslagen. Een product dat moet worden opgeslagen omdat het niet wordt geleverd in dezelfde maand als waarin het geproduceerd is, vereist opslagkosten K per maand dat het opgeslagen wordt. Er is onbeperkte opslagruimte voor reeds geproduceerde maar nog niet geleverde producten. AAOT moet op tijd aan alle vraag voldoen. Het bedrijf vraagt zich daarom af wat het optimale inkoop- en productiebeleid is waarvoor de totale kosten voor de komende n maanden minimaal zullen zijn. Formuleer dit probleem als een lineair programmeringsprobleem.

Puntenwaardering

opgave	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.
1.	10	10	10	10	10	15	15
2.	30	-	-	-	-	-	-

Voor een voldoende zijn minimaal 55 punten vereist [van de 110].

$$\text{eindcijfer} := \max \left(1, \min \left(10, \text{round} \left(\frac{\text{puntentotaal}}{10} \right) \right) \right).$$