

1. Gegeven is het onderstaande LP-probleem (P) met voor jullie onbekende opbrengstcoëfficiënten c_1, c_2 en c_3 en onbekende rechterkantcoëfficiënten b_1, b_2 en b_3 .

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$$

$$4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = b_1$$

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 \geq b_2$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq b_3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

We lossen (P) en het duale probleem (D) op door de Simplex methode toe te passen.

- (a) Introduceer voor (P) de noodzakelijke artificiële, surplus en slack variabelen. Geef vervolgens het start *Simplex* tableau voor fase 1. Wat moet men na fase 1 doen ter voorbereiding van fase 2?

Het *eind*-tableau van fase 2 voor probleem (P) staat hieronder (onvolledig!) gegeven.

var	x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_4$	x_5	$\bar{x}_6$	x_7	RHS
z	?	?	19/8	1/8	?	?	5/4	?
x_1	?	?	11/8	1/8	?	?	1/4	30
x_2	?	?	1/4	-1/4	?	?	1/2	30
x_5	?	?	49/8	-5/8	?	?	11/4	162

- (b) Vul de ontbrekende getallen in en geef de *volledige* [d.w.z. zowel de waarden van de beslissingsvariabelen als de waarde van de criteriumfunctie] optimale oplossing van (P). Bepaal nu ook de zes nog niet gegeven parameters c_1, c_2, c_3 en b_1, b_2 en b_3 (laat de berekening zien; de antwoorden zijn $[c_1, c_2, c_3] = [3, 1, 2]$ en $[b_1, b_2, b_3] = [60, 48, 90]$).
- (c) Formuleer het duale probleem (D) en geef de *volledige* oplossing van (D) [d.w.z. zowel de optimale waarde van de criteriumfunctie als de waarden van de duale variabelen].
- (d) Wijzig in (P) de opbrengstcoëfficiënt van x_3 van 2 in $2 + \eta$ en bereken de nieuwe volledige oplossingen van zowel (P) als (D) als functie van η behorende bij het huidige eindtableau van (P). Bereken vervolgens het toegelaten interval voor de opbrengstcoëfficiënt van x_3 .
- (e) Wijzig de rechterkantcoëfficiënt van de derde bijvoorwaarde van (P) van 90 in $90 + \theta$ en bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van θ behorende bij het huidige eindtableau van (D). Bereken vervolgens het toegelaten interval voor de rechterkantcoëfficiënt van de derde bijvoorwaarde van (P).
- (f) We wijzigen nu (uitgaande van (P)) de opbrengstcoëfficiënten van x_1, x_2 en x_3 *simultaan* van 3, 1 en 2 in resp. $3 + 2\eta, 1 - 3\eta$ en $2 - \eta$. Bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van η en bereken voor welke waarden van η de optimale oplossingen *niet wezenlijk* veranderen.
- (g) We wijzigen nu (uitgaande van (P)) de rechterkantcoëfficiënten van de eerste, tweede en derde bijvoorwaarde *simultaan* van 60, 48 en 90 in resp. $60 + 2\theta, 48 - \theta$ en $90 - 3\theta$. Bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van θ en bereken voor welke waarden van θ de optimale oplossingen *niet wezenlijk* veranderen.

2. Het bedrijf Complex wil elke maand een n -tal verschillende legeringen maken uit m verschillende metalen. Deze metalen zijn niet onmiddellijk beschikbaar maar moeten via een serie van twee bewerkingen, *smelten* en *onttrekken*, verkregen worden uit een t -tal ertsen die bedrijf Complex elke maand moet inkopen. De inkoopprijs van één ton erts k is C_k ($k = 1, \dots, t$). Van elke erts kan onbeperkt veel worden ingekocht, maar het totale tonnage aan ingekocht erts mag vanwege de beschikbare verwerkingscapaciteit niet meer dan E bedragen. Het smelten van een ton van erts k kost een bedrag S_k en neemt een tijd T_k uur in beslag. Het onttrekken van metaal i uit gesmolten erts k kost een bedrag D_{ik} per ton metaal i , en neemt, opnieuw per ton metaal i , een tijd F_{ik} uur in beslag. Verder is gegeven dat in één ton van erts k een percentage P_{ik} aan metaal i zit ($i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, t$). In legering j wil bedrijf Complex hoogstens een percentage Q_{ij} van metaal i opnemen en minstens een percentage R_{ij} ($i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$). Het bij elkaar voegen en goed mengen van de verschillende metalen, nodig voor een optimale kwaliteit van de legering, kost voor elke ton van legering j een bedrag B_j , en neemt voor elke ton een tijd U_j uur in beslag. Alle bewerkingen (smelten van de verschillende ertsen, het onttrekken van de verschillende metalen uit de verschillende ertsen en het mengen van de metalen voor de verschillende legeringen) worden na elkaar uitgevoerd. In totaal is W uur per maand beschikbaar voor alle werkzaamheden bij elkaar, maar aan het smelten mag hoogstens 30 procent van deze tijd besteed worden. Het onttrekken van de metalen dient tussen de 40 en 60 procent van de tijd in beslag te nemen en aan het bij elkaar voegen en mengen van de metalen moet minstens 10 procent van de tijd besteed worden. Het bedrijf Complex is verplicht elke maand van legering j minstens V_j ton te produceren. De legering j wordt door Complex verkocht voor een bedrag van G_j per ton. De vraag naar alle legeringen veronderstellen we onbeperkt. Uiteraard is Complex geïnteresseerd in een productieplan dat een maximale winst per maand oplevert. Formuleer dit probleem van Complex als een lineair programmeringsprobleem.
3. Elmer heeft 8 vriendinnen die hij in de komende 14 dagen één voor één op een etentje in een restaurant wil uitnodigen. In een matrix (a_{ij}) bestaande uit nullen en enen heeft Elmer precies bijgehouden welke vriendin welke avond vrij is [$a_{ij} = 1$ betekent dat vriendin i op avond j vrij is; $a_{ij} = 0$ dat dit niet het geval is ($i = 1, \dots, 8; j = 1, \dots, 14$)]. Uitnodigingen worden door de dames, indien mogelijk, altijd aangenomen. Voor elk etentje kan Elmer kiezen uit een verzameling van 12 restaurants. Een avond in restaurant k zal hem minimaal een bedrag B_k kosten, maar er zullen extra kosten C_{ik} zijn als hij met vriendin i in restaurant k gaat eten ($i = 1, \dots, 8; k = 1, \dots, 12$). Om ook voor hemzelf de spanning erin te houden wil hij in geen enkel restaurant meer dan twee keer eten. Elke vriendin moet precies één keer met Elmer uit eten, en Elmer eet altijd slechts met één vriendin tegelijk. Ten slotte, misschien overbodig, maar om elk misverstand te voorkomen, Elmer eet elke avond hoogstens één keer. Uiteraard wil Elmer al zijn vriendinnen fêteren tegen zo laag mogelijke totale kosten. Formuleer het probleem van Elmer als een (geheeltallig) programmeringsprobleem.

Puntenwaardering

opgave	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.
1.	10	10	10	10	10	10	10
2.	20	-	-	-	-	-	-
3.	10	-	-	-	-	-	-

Voor een voldoende zijn minimaal 55 punten vereist.

$$\text{eindcijfer} := \max \left(1, \min \left(10, \text{round} \left(\frac{\text{puntentotaal}}{10} \right) \right) \right).$$