

1. Gegeven is het onderstaande LP-probleem (P)

$$\min w = 25u_1 + 12u_2 + 30u_3$$

$$2u_1 + 3u_2 + 6u_3 \geq 5$$

$$5u_1 + 8u_2 + u_3 \geq -3$$

$$-u_1 + 2u_2 + 4u_3 \geq 4$$

$$u_1 \in \mathbb{R}, u_2 \leq 0, u_3 \geq 0.$$

We lossen (P) op door de Simplex methode toe te passen op het *duale* probleem (D).

- (a) Formuleer het duale probleem (D) [gebruik voor de duale beslissingsvariabelen de variabelen x_1, x_2 en x_3 en noem de criteriumfunctie van (D) zoals gebruikelijk z]. Introduceer *vervolgens* voor (D) de noodzakelijke artificiële ($\bar{x}_4$ en $\bar{x}_6$), surplus (x_5) en slack (x_7) variabelen. Voer daarna fase 1 uit [twee iteraties!]. Wat moet men na fase 1 doen ter voorbereiding van fase 2? Doe het!

Het start-tableau van fase 2 voor probleem (D) staat hieronder (onvolledig!) gegeven.

var	x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_4$	x_5	$\bar{x}_6$	x_7	RHS
z	?	?	?	$-3/5$	?	0	?	-15
x_5	$1/5$	?	$-18/5$	$8/5$	?	-1	?	28
x_2	$2/5$	?	$-1/5$	$1/5$	?	0	?	5
x_7	$28/5$	?	$21/5$	$-1/5$	?	0	?	25

- (b) Vul de ontbrekende getallen in, completeer fase 2 [één iteratie!] en geef de *volledige* [d.w.z. zowel de waarden van de beslissingsvariabelen als de waarde van de criteriumfunctie] optimale oplossingen van zowel (P) als (D).
- (c) Wijzig in (P) de kostencoëfficiënt van u_1 van 25 in $25 + \eta$ en bereken de nieuwe volledige oplossingen van zowel (P) als (D) als functie van η behorende bij het huidige eindtableau van (D). Bereken vervolgens het toegelaten interval voor de kostencoëfficiënt van u_1 .
- (d) Wijzig de rechterkantcoëfficiënt van de derde bijvoorwaarde van (P) van 4 in $4 + \theta$ en bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van θ behorende bij het huidige eindtableau van (D). Bereken vervolgens het toegelaten interval voor de rechterkantcoëfficiënt van de derde bijvoorwaarde van (P).
- (e) We wijzigen nu (uitgaande van (P)) de kostencoëfficiënten van u_1 en u_3 van 25 en 30 in resp. $25 + 2\eta$ en $30 - \eta$. Bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van η en bereken voor welke waarden van η de optimale oplossingen *niet wezenlijk* veranderen.
- (f) We wijzigen nu (uitgaande van (P)) de rechterkantcoëfficiënten van de eerste en derde bijvoorwaarde van 5 en 4 in resp. $5 + 2\theta$ en $4 - 3\theta$. Bereken de nieuwe volledige oplossingen van (P) en (D) als functie van θ en bereken voor welke waarden van θ de optimale oplossingen *niet wezenlijk* veranderen.

2. De houtleverancier Tropical Wood (TW) verkoopt N verschillende soorten hardhout aan M verschillende bedrijven. De houtsoorten kunnen door TW ingekocht worden uit L verschillende landen. Voor de komende T jaar kan TW uit land i in jaar t hoogstens a_{ijt} ton van houtsoort j importeren ($i = 1, \dots, L; j = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$). De inkoopprijs van een ton hardhout van type j uit land i kost in jaar t een bedrag c_{ijt} . Bedrijf k heeft in jaar t van houtsoort j exact d_{kjt} ton nodig ($k = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$). In jaar t heeft TW gegarandeerd een budget b_t ($t = 1, \dots, T$) beschikbaar voor het inkopen van hout. Al deze bedragen zijn reeds aan het begin van jaar 1 vastgelegd. Het geldt dat TW binnenkrijgt met de houtverkoop aan de bedrijven is in deze budgetten verdisconteerd en speelt daarom geen afzonderlijke rol in het model. Wel kan TW niet-bestede budget overhevelen naar latere jaren, zodat het werkelijk te besteden bedrag aan het inkopen van hout in jaar t groter kan zijn dan b_t . Omdat alle betalingen aan het begin van het jaar plaats vinden, wordt niet-bestede budget in jaar t voor een jaar tegen een vast rente-percentages van r procent op de bank gezet. Al het geld op de bank is aan het begin van een nieuw jaar zonder meerkosten en inclusief de verdiende rente weer beschikbaar voor houtinkoop. Omdat het aanbod en de inkooprijzen van de verschillende houtsoorten van land tot land en van jaar tot jaar verschillen vraagt TW zich af in welk jaar hoeveel van elke houtsoort en uit welke landen moet worden ingekocht om aan alle vraag van de bedrijven op tijd te kunnen voldoen tegen zo laag mogelijke totale kosten. TW kan overwegen in een jaar meer hout in te kopen dan voor de vraag van dat jaar nodig is voor aflevering in een later jaar. Daarbij zij wel aangetekend dat o.a. in verband met invoerheffingen en verzekeringen het in voorraad houden van hardhout van soort j dat afkomstig is uit land i voor TW een bedrag h_{ij} per ton per jaar kost aan opslagkosten, die overigens niet uit het budget voor de inkoop betaald hoeven te worden. Tenslotte is gegeven dat hout ingekocht in jaar t nog in hetzelfde jaar t aan de bedrijven kan worden geleverd, en dat de bedrijven zelf niet beschikken over opslagruimte. Formuleer dit probleem als een lineair programmeringsprobleem. *Aanwijzing:* Definieer de volgende beslissingsvariabelen,

$$\begin{aligned} x_{ijtku} &= \text{het aantal ton van houtsoort } j \text{ afkomstig uit land } i \text{ ingekocht in jaar } t \text{ en} \\ &\quad \text{te leveren aan bedrijf } k \text{ in jaar } u, \quad u = t, \dots, T, \\ y_t &= \text{niet-bestede budget in jaar } t. \end{aligned}$$

Puntenwaardering

opgave	a.	b.	c.	d.	e.	f.
1.	15	15	10	10	10	10
2.	30	-	-	-	-	-

Voor een voldoende zijn minimaal 55 punten vereist.

$$\text{eindcijfer} := \max \left(1, \text{round} \left(\frac{\text{puntentotaal}}{10} \right) \right).$$