

Dit tentamen bestaat uit 3 pagina's; er zijn 9 opgaven.

Per onderdeel is het aantal te behalen punten vermeld. Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Opgave 1. (5 + 5 punten)

Leid met natuurlijke deductie (ND) af:

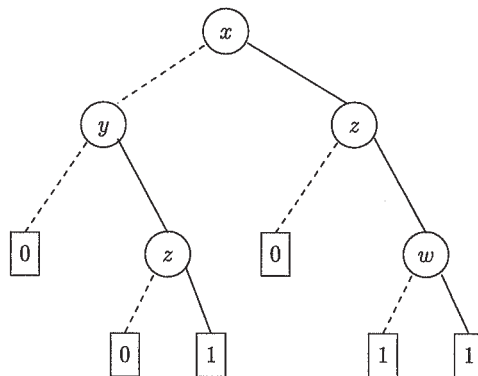
- (a) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vdash p$,
- (b) $p \rightarrow (q \wedge r), \neg q \vdash \neg p$.

Opgave 2. (3 + 6 punten)

- (a) Geef het op het college (en in Huth & Ryan) behandelde criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is.
- (b) Bepaal stap voor stap een CNV voor de formule $\neg\neg p \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p)$ en bepaal dan met het criterium uit (a) of het een tautologie is.

Opgave 3. (7 + 3 + 3 punten)

Bekijk deze BDT van een boolese functie $f(w, x, y, z)$.



- (a) Bepaal een gereduceerde BDD van de functie f en laat zien hoe je deze bereikt met reductiestappen volgens de regels (C1-3).
- (b) Is de in (a) gevonden BDD ook een gereduceerde OBDD? Zo ja, t.o.v. welke ordening?
- (c) Geef ook een gereduceerde BDD voor de functie $\overline{f}$.

9

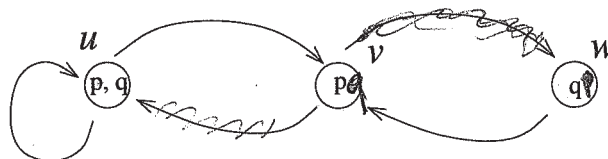
Opgave 4. (5 punten)

Bewijs of weerleg de volgende bewering (voor de propositielogica):

Als ϕ en ψ allebei contingenties zijn, dan is ook $\phi \wedge \psi$ een contingentie.

Opgave 5. (3 + 3 + 4 + 4 punten)

Gegeven is het Kripke model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ met als onderliggend frame $\mathcal{F} = (W, R)$, getekend in het volgende plaatje.



- Ga na voor welke werelden x geldt: $\mathcal{M}, x \models \Box p \rightarrow q$
- Ga na voor welke werelden x geldt: $\mathcal{M}, x \models \Box \Diamond q \rightarrow \Box q$.
- Bestaat er een labelingfunctie L' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}' = (W, R, L')$ geldt: $\mathcal{M}' \not\models p \rightarrow \Box \Diamond p$? Motiveer je antwoord.
- Bestaat er een labelingfunctie L'' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}'' = (W, R, L'')$ geldt: $\mathcal{M}'' \not\models \Diamond(p \wedge q) \rightarrow p$? Motiveer je antwoord.

Opgave 6. (4 + 4 + 4 punten)

Vertaal met de gegeven vertaalsleutel de onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica.

Mx: x is een machinist
 Tx: x is een trein
 Bxy: x bestuurt y
 Rx: x rijdt
 Sx: x staakt

- Elke machinist die niet staakt bestuurt een trein.
- Als tenminste twee machinisten staken, dan rijdt er geen enkele trein.
- Geen tweetal treinen wordt door dezelfde machinist bestuurd.

Opgave 7. (5 + 5 punten)

Leid met natuurlijke deductie (ND) af:

(a) $\forall x Rxx \vdash \forall y \exists x Rxy$

(b) $\forall x Px, \neg \exists x (Px \wedge Qx) \vdash \forall x \neg Qx$

Opgave 8. (4 + 4 punten)

De volgende gevolgtrekkingen zijn ongeldig. Laat dit zien door het aangeven van een tegenmodel.

(a) $\forall x (Ax \rightarrow Bx), \exists x Ax \models \forall x (Bx \rightarrow Ax)$

(b) $\exists x \forall y Rxy, \forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx) \models \forall x \forall y (Rxy \vee Ryx)$

Opgave 9. (3 + 3 + 3 punten)

- (a) Formuleer de correctheidsstelling van de predikatenlogica.
- (b) Wat bedoelen we als we zeggen dat de predikatenlogica *onbeslisbaar* is?
- (c) Is de propositielogica ook onbeslisbaar? Licht je antwoord toe.