

Voortentamen Inleiding Logica

29 september 2008

Opgave 1. Leid met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $p \rightarrow \neg(q \vee r) \vdash (p \wedge \neg s) \rightarrow \neg q$ (6 punten)
- (b) $\neg q, p \rightarrow (\neg r \vee q) \vdash p \rightarrow \neg r$ (6 punten)
- (c) $\neg p \rightarrow p \vdash p$ (6 punten)

Opgave 2.

- (a) Geef een voorbeeld van een formule φ waarvoor geldt dat $\varphi \models \neg\varphi$. (5 punten)
- (b) Van de formule φ is gegeven dat $\varphi \equiv \varphi \rightarrow \varphi$ (dat wil zeggen, zodat φ semantisch equivalent is met $\varphi \rightarrow \varphi$). Is φ dan een tautologie, een contingentie, of een contradictie? Beredeneer je antwoord. (5 punten)

Opgave 3.

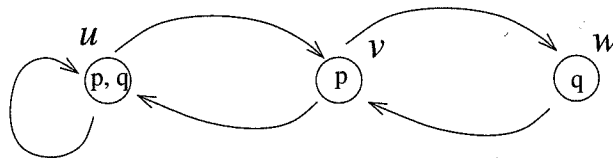
- (a) Geef het op college en in het boek behandelde criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is. (3 punten)
- (b) Breng de volgende formule in CNV, en bepaal aan de hand van de CNV of het een tautologie is: (6 punten)

$$(p \rightarrow (p \wedge \neg r)) \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow \neg p))$$

Opgave 4. Gegeven is de boolse functie $f(x, y, z)$ die 1 oplevert als het aantal argumenten x, y, z dat de waarde 1 heeft oneven is, en die 0 oplevert in alle andere gevallen.

- (a) Teken direct een gereduceerde OBDD met ordening $[x, y, z]$ die deze functie representeert. (6 punten)
- (b) Teken nu een gereduceerde OBDD met ordening $[w, x, y, z]$ voor de boolse functie $w \cdot \overline{f(x, y, z)}$. (4 punten)
- (c) Zijn er nog andere gereduceerde OBDD's met ordening $[w, x, y, z]$ voor de functie $w \cdot \overline{f(x, y, z)}$? Motiveer je antwoord. (4 punten)

Opgave 5. Gegeven is het Kripke-model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ op het frame $\mathcal{F} = (W, R)$:



(a) Geef aan voor welke x van de werelden u, v, w aan geldt:

- (i) $x \models \Box p \rightarrow \Box \Box p$
- (ii) $x \models q \rightarrow \Diamond q$
- (iii) $x \models q \rightarrow \Box \Diamond q$ (i-iii elk 3 punten)

(b) Bestaat er een alternatieve labelingfunctie L' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}' = (W, R, L')$ geldt: $\mathcal{M}' \not\models q \rightarrow \Box \Diamond q$? Motiveer je antwoord. (6 punten)

Opgave 6. Vertaal de onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica. Gebruik daarbij de onderstaande vertaalsleutel.

Bx: x is een boek
 Uxyz: x heeft y aan z uitgeleend
 Lxy: x heeft y gelezen
 a: Anna c: Chris

- (a) Anna heeft een boek aan Chris uitgeleend.
- (b) Anna heeft een boek dat zij niet heeft gelezen aan Chris uitgeleend.
- (c) Chris heeft alle boeken die Anna aan hem heeft uitgeleend gelezen.
- (d) Anna heeft meerdere boeken uitgeleend.

(a-d elk 4 punten)

Opgave 7. Beschouw de formule $\forall x(\forall y Rxy \wedge ((Px \vee Py) \rightarrow Pz))$.

- (a) Teken de parse tree van deze formule. (4 punten)
- (b) Onderstreep in de formule de vrije variabelen. (4 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.