

Dit tentamen bestaat uit 3 pagina's; er zijn 9 opgaven.

Per onderdeel is het aantal te behalen punten vermeld. Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Opgave 1. Leidt met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $\neg(p \vee q), r \vdash \neg(r \rightarrow p)$ (5 punten)
- (b) $\neg p \vee (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$ (5 punten)

Opgave 2.

- (a) Geef het in het college behandelde criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is. (2 punten)
- (b) Bepaal een CNV voor de formule $q \rightarrow (\neg(\neg q \wedge \neg r) \wedge (s \rightarrow q))$.
Laat zien hoe je aan je antwoord komt. (4 punten)
- (c) Bepaal met het criterium uit (a) of de formule uit (b) een tautologie is. (2 punten)

Opgave 3. Gegeven is de boolse functie $f(x, y)$ die 1 is als precies één van de variabelen x, y de waarde 1 heeft, en die 0 is in alle andere gevallen. Verder is gegeven de boolse functie $g(z, w)$ die 1 is als hoogstens één van de variabelen z, w de waarde 1 heeft, en die 0 is in alle andere gevallen.

- (a) Bepaal een gereduceerde OBDD van de functie f t.o.v. de variabelen ordening $[x, y]$; en een gereduceerde OBDD van de functie g t.o.v. de ordening $[z, w]$. (6 punten)
- (b) Geef nu een gereduceerde OBDD van de boolse functie $f(x, y) \cdot \overline{g(z, w)}$, met variabelen ordening $[x, y, z, w]$.
Hint: gebruik onderdeel (a) (5 punten)

Opgave 4. Bewijs of weerleg de volgende beweringen (voor de propositielogica).

- (a) Als $\phi \models \psi$ geldt en ϕ is een contingentie, dan is ook ψ een contingentie.
(4 punten)
- (b) Als $\phi \vee \psi$ een tautologie is, maar ϕ niet, dan is ψ wel een tautologie.
(4 punten)

Opgave 5. Leidt met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $\forall x Rxx \vdash \forall x \exists y Rxy$ (5 punten)
- (b) $\forall x Px, \exists x (\neg Px \vee Qx) \vdash \exists x Qx$ (5 punten)

Opgave 6. De volgende gevolgtrekking is ongeldig. Laat dit zien door het aangeven van een tegenmodel.

$$\exists x \forall y Rxy, \forall x Rxx \models \forall x \forall y (Rxy \vee Ryx)$$

(7 punten)

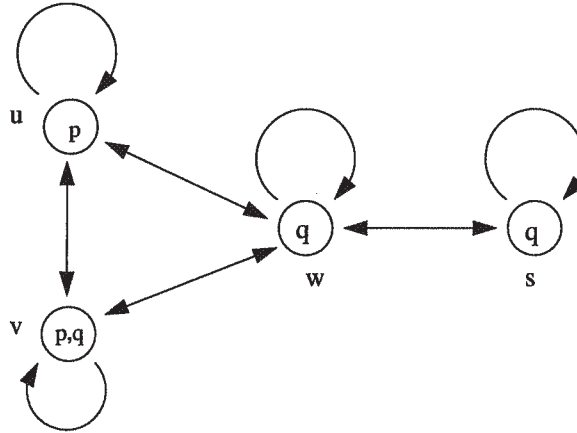
Opgave 7. Vertaal de onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica. Gebruik de onderstaande vertaalsleutel.

Hx: x is thuis
Wx: x werkt
Bxy: x is een broer van y
j: Janneke

- (a) Als al haar broers thuis zijn dan werkt Janneke niet
(4 punten)
- (b) Verschillende broers van Janneke werken thuis, maar Janneke zelf niet.
(4 punten)
- (c) Precies één broer van Janneke werkt thuis.
(4 punten)

Opgave 8.

Gegeven is het Kripke model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ met als onderliggend frame $\mathcal{F} = (W, R)$, getekend in het volgende plaatje.



- (a) Ga na voor welke werelden x geldt: $\mathcal{M}, x \models \Box q$. (4 punten)
- (b) Ga na voor welke werelden x geldt: $\mathcal{M}, x \models \Box(\Box q \rightarrow p)$. (4 punten)
- (c) Bestaat er een labelingfunctie L' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}' = (W, R, L')$ geldt: $\mathcal{M}' \not\models p \rightarrow \Box \Diamond p$? Motiveer uw antwoord. (4 punten)
- (d) Bestaat er een labelingfunctie L'' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}'' = (W, R, L'')$ geldt: $\mathcal{M}'' \not\models \Box p \rightarrow \Box \Box p$? Motiveer uw antwoord. (4 punten)

Opgave 9.

- (a) Beschouw de volgende instantie van het Post Correspondence Problem (PCP). Geef een oplossing, als die er is, of beredeneer dat er geen oplossing is. (4 punten)

$((00, 01), (0111, 1), (1, 11), (111, 1100))$

- (b) Bestaat er een algoritme dat voor een willekeurige formule ϕ uit de predikatenlogica beslist of $\models \phi$? Licht uw antwoord kort toe. (4 punten)