

Voor-voortentamen Inleiding Logica

22 oktober 2007

Opgave 1. Leid met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $(q \vee r) \rightarrow p \vdash \neg p \rightarrow \neg q$ (7 punten)
- (b) $\neg\neg p \vee (r \wedge q) \vdash \neg p \rightarrow q$ (7 punten)
- (c) $\neg(p \rightarrow q) \vdash p \vee q$ (7 punten)

Opgave 2.

- (a) Van de formule φ is gegeven dat $\neg\varphi \models \varphi$. Is φ dan een tautologie, een contingentie, of een contradictie? Beredeneer je antwoord. (5 punten)
- (b) Bestaat er een formule φ zodat φ semantisch equivalent is met $\neg\varphi$? Beredeneer je antwoord. (5 punten)
- (c) Schrijf de volgende twaalf formules in kolommen, zodanig dat alle formules in één kolom onderling semantisch equivalent zijn, en formules in verschillende kolommen juist niet. (Voor deze opgave telt alleen het antwoord, motivering is niet vereist.) (6 punten)

$\neg p, p, (p \wedge q) \rightarrow p, \neg p \rightarrow q, (p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow \neg q), p \vee q,$
 $p \wedge (p \rightarrow p), \neg q \rightarrow p, p \vee (p \rightarrow p), \neg p \rightarrow p, \neg(p \rightarrow \neg p),$
 $\neg p \rightarrow (\neg p \wedge q)$

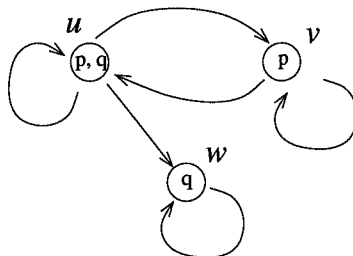
Opgave 3.

- (a) Geef het op het college en in het boek behandelde criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is. (3 punten)

Bepaal een CNV voor de volgende twee formules, en bepaal aan de hand van de CNV of de formule een tautologie is:

- (b) $p \rightarrow \neg(\neg\neg p \rightarrow \neg q)$, (6 punten)
- (c) $\neg(p \vee \neg q) \rightarrow \neg\neg q$ (6 punten)

Opgave 4. Gegeven het Kripke-model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ op frame $\mathcal{F} = (W, R)$:



(a) Geef aan voor welke x van de werelden u, v, w aan geldt:

- (i) $x \Vdash \Box q$
- (ii) $x \Vdash q \rightarrow \Box \Diamond q$
- (iii) $x \Vdash \Diamond q \rightarrow q$

Geef korte motiveringen.

(8 punten)

(b) Bestaat er een alternatieve labelingfunctie L' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}' = (W, R, L')$ geldt: $\mathcal{M}' \not\models q \rightarrow \Diamond q$? Motiveer je antwoord.

(6 punten)

(c) Bestaat er een alternatieve labelingfunctie L'' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}'' = (W, R, L'')$ geldt: $\mathcal{M}'' \not\models q \rightarrow \Box \Diamond q$? Motiveer je antwoord.

(6 punten)

Opgave 5. Gegeven is de boolse functie $f(x, y, z)$ die 1 oplevert als precies 2 van de argumenten x, y, z de waarde 1 hebben, en die 0 oplevert in alle andere gevallen.

(a) Bepaal een gereduceerde OBDD met ordening $[x, y, z]$ die deze functie representeert. (Begin met een beslisboom, en geef de reductie met C1-3 naar deze OBDD.)

(6 punten)

(b) Zijn er nog andere gereduceerde OBDD's met dezelfde ordening voor $f(x, y, z)$?

(3 punten)

(c) Geef ook een gereduceerde OBDD voor $f(x, y, z)$ met ordening $[y, x, z]$. Alleen het antwoord is genoeg.

(3 punten)

(d) Geef de gereduceerde OBDD met ordening $[z, y, x]$ voor de functie $\overline{f(x, y, z)}$. Alleen het antwoord is genoeg.

(3 punten)

(e) Geef de gereduceerde OBDD met ordening $[z, y, x]$ voor de functie $x + f(x, y, z)$. Alleen het antwoord is genoeg.

(3 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.