

Voortentamen Inleiding Logica

28 oktober 2005

Opgave 1. Leidt met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $\neg(p \vee q) \vdash \neg(p \wedge q)$ (7 punten)
- (b) $\neg p \rightarrow q, p \vee \neg q \vdash p$ (7 punten)
- (c) $(\neg p \rightarrow p) \vdash (\neg p \rightarrow q)$ (7 punten)

Opgave 2.

- (a) Onderzoek de geldigheid van de semantische implicatie
 $p \rightarrow r, q \vee \neg r \models \neg(q \wedge \neg p)$. (4 punten)
- (b) Zijn er formules ϕ, ψ, χ in de propositielogica te vinden,
zodanig dat $\phi \not\models \psi$ en $\phi \not\models \chi$, maar wel $\phi \models \psi \vee \chi$?
Zo ja, geef zulke formules; zo nee, beredeneer waarom niet. (4 punten)
- (c) Schrijf de volgende twaalf formules in kolommen, zodanig dat alle formules
in één kolom onderling semantisch equivalent zijn, en formules in verschil-
lende kolommen juist niet. (Voor deze opgave telt alleen het antwoord,
motivering is niet vereist.) (7 punten)

$\neg q \rightarrow p, \neg(\neg q \vee \neg p), p \vee q, \neg p \rightarrow p, \neg(p \rightarrow \neg p), \neg p, p,$
 $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee \neg p), p \wedge q, (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q), \neg(p \rightarrow \neg q),$
 $\neg p \rightarrow (p \wedge q)$

Opgave 3.

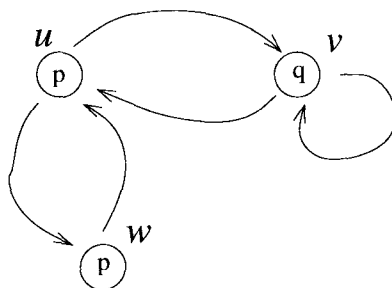
- (a) Geef het op het college en in het boek behandelde criterium om te bepalen
of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is. (3 punten)

Bepaal een CNV voor de volgende twee formules, en bepaal aan de hand van de CNV of de formule een tautologie is:

- (b) $\neg\neg p \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p)$, (6 punten)
- (c) $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg q$ (6 punten)

ZOZ !!!

Opgave 4. Gegeven is het Kripke-model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ op het frame $\mathcal{F} = (W, R)$:



(a) Geef voor x elk van de werelden u, v, w aan of geldt:

- (i) $x \models \Box(p \vee q)$
- (ii) $x \models \Box\Box p$
- (iii) $x \models \Diamond q \rightarrow q$
- (iv) $x \models \Diamond p \rightarrow \Box p$

(12 punten)

(b) Geef een alternatieve labelingfunctie L' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}' = (W, R, L')$ geldt: $\mathcal{M}' \models \Diamond p \rightarrow \Box p$.

(4 punten)

(c) Bestaat er een alternatieve labelingfunctie L'' op het frame $\mathcal{F}$, zodanig dat voor het Kripke-model $\mathcal{M}'' = (W, R, L'')$ geldt: $\mathcal{M}'' \not\models p \rightarrow \Box\Diamond p$?
Motiveer uw antwoord.

(6 punten)

Opgave 5. Gegeven is de boolse functie $f(x, y, z)$ die 1 oplevert als precies 2 van de argumenten x, y, z de waarde 1 hebben, en die 0 oplevert in alle andere gevallen.

(a) Geef de waarheidstafel van $f(x, y, z)$. (2 punten)

(b) Bepaal een gereduceerde OBDD met ordening $[x, y, z]$ die deze functie representeert. (Begin met een beslisboom, en geef de reductie met C1-3 naar deze OBDD.) (6 punten)

(c) Zijn er nog andere gereduceerde OBDD's met dezelfde ordening voor $f(x, y, z)$? (3 punten)

(d) Geef ook een gereduceerde OBDD voor $f(x, y, z)$ met ordening $[y, x, z]$.
Alleen het antwoord is genoeg. (3 punten)

(e) Geef de gereduceerde OBDD met ordening $[z, y, x]$ voor de functie $f(x, y, z)$.
Alleen het antwoord is genoeg. (3 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.