

*Er zijn 5 opgaven. Per onderdeel is het aantal te behalen punten vermeld.  
Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.*

**Opgave 1.** Leid met natuurlijke deductie (ND) af:

(a)  $p \wedge (q \rightarrow r) \vdash q \rightarrow (p \wedge r)$  (7 punten)

(b)  $p \rightarrow \neg(p \vee q) \vdash \neg p$  (7 punten)

(c)  $\neg p \rightarrow q \vdash (p \vee \neg q) \rightarrow p$  (7 punten)

**Opgave 2.**

(a) Onderzoek met een waarheidstafel de geldigheid van de semantische implicatie

$(p \rightarrow q) \rightarrow q \models q$  (7 punten)

(b) Bewijs of weerleg de volgende bewering (weerlegging aan de hand van concrete formules  $\varphi, \psi$ ):

“als  $\models \varphi \vee \psi$ , dan  $\models \varphi$  of  $\models \psi$ ” (4 punten)

(c) Schrijf de volgende twaalf formules in kolommen, zodanig dat alle formules in één kolom onderling semantisch equivalent zijn, en formules in verschillende kolommen juist niet. (Voor deze opgave telt alleen het antwoord, motivering is niet vereist.)

$q \rightarrow \neg p, (p \vee \neg q) \rightarrow \neg q, p \vee \neg p, \neg p \rightarrow p, \neg(p \rightarrow p), p \rightarrow (p \vee q),$   
 $\neg\neg p, p, \neg q, (p \vee q) \rightarrow \neg q, p \wedge \neg p, p \rightarrow \neg q$  (8 punten)

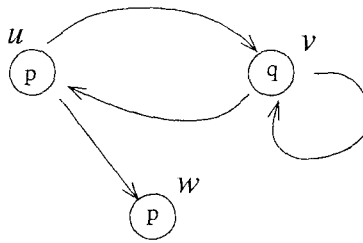
**Opgave 3.**

(a) Geef het criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is. (2 punten)

(b) Bepaal een CNV voor de formule  $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$  – laat daarbij zien hoe je aan je antwoord komt – en bepaal met het criterium uit (a) of deze formule een tautologie is. (7 punten)

(c) Dezelfde vraag voor de formule  $(p \rightarrow q) \vee (p \wedge r)$  (7 punten)

Opgave 4. Gegeven is het Kripke-model  $\mathcal{M} = (W, R, L)$ :



Ga na of geldt (geef korte motiveringen):

(a)  $u \Vdash \Box(p \vee q)$

(4 punten)

(b)  $u \Vdash \Box\Box p$

(4 punten)

(c)  $\mathcal{M} \Vdash q \rightarrow \Diamond q$

(4 punten)

(d)  $\mathcal{M} \models \Box\Diamond q$

(4 punten)

Opgave 5.

(a) Gegeven is de boolse functie

$$f(x, y, z) = x \cdot \bar{z} + y \cdot z$$

(i) Geef een BDT (binary decision tree) voor  $f(x, y, z)$ .

(6 punten)

(ii) Reduceer deze BDT met de regels C1-3 tot een reduced BDD.

(6 punten)

(b) Gegeven is de boolse functie  $g(w, x, y, z)$  van vier variabelen  $w, x, y, z$ , die 1 is als een oneven aantal van de variabelen  $w, x, y$  en  $z$  de waarde 1 hebben, en 0 bij een even aantal. Teken (als je het kunt direct) een gereduceerde OBDD voor  $g$  met variabelenordening  $[w, x, y, z]$ .

(6 punten)