Voortentamen Inleiding Logica 25 oktober 2002 : beknopte uitwerking

1 (a)

1	$(p \vee q) \to r$	prem
2	$\neg r$	ass
3	q	ass
4	$p \vee q$	$\vee i$, 3
5	r	$\to e$, 1,4
6	$\bot$	$\neg e$, 2,5
7	$\neg q$	$\neg i$, 3–6
8	$\neg r \to \neg q$	$\to i$, 2–7

(b)

1.	$p \wedge \neg q$	prem
2	$\neg q$	$\wedge e2$, 1
3	q	ass
4	$\bot$	$\neg e$, 2,3
5	r	$\bot e$, 4
6	$q \to r$	$\to i$, 3–5

(c)

1.	$\neg p \wedge \neg q$	prem
2.	$p \vee q$	ass
3	p	ass
4	$\neg p$	$e \wedge 1$, 1
5	$\bot$	$\neg e$, 3, 4
6	q	ass
7	$\neg q$	$\wedge e2$, 1
8	$\bot$	$\neg e$, 6,7
9	$\bot$	$\vee e$, 2, 3–5, 6–8
10	$\neg(p \vee q)$	$\neg i$, 2–9

2 Hier alleen de rij uit de waarheidstafel die de gevolgtrekking weerlegt: de premissen waar, de conclusie niet. Dus $p \vee (p \to q), \neg q \not\models p \vee q$

p	q	$p \to q$	$p \vee (p \to q)$	$\neg q$	$p \vee q$
F	F	T	T	T	F

3 (a) Als φ een tautologie is, dan is φ waar (T) voor elke waarheidswaardetoekenning (valuatie). Wegens $\varphi \models \psi$ is ψ dat dan ook. Dus dan is ψ ook een tautologie.

(b) $\varphi = p \wedge \neg p$

(4) (a) Elk van de conjuncten φ_i in de CNV $\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n$ moet een positief en een negatief voorkomen van dezelfde literal bevatten.

Dus bijvoorbeeld : $\varphi_3 = p \vee \neg q \vee r \vee q \vee \neg s$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\uparrow\qquad\uparrow$

(b)

$(p \wedge (\neg q \to r)) \vee \neg p \quad \Rightarrow \quad$ [$\to$ elimineren]

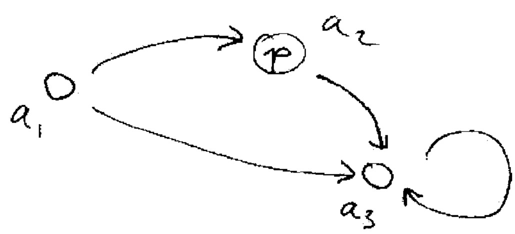
$(p \wedge (\neg\neg q \vee r)) \vee \neg p \quad \Rightarrow \quad$ [$\neg\neg$ elimineren]

$(p \wedge (q \vee r)) \vee \neg p \quad \Rightarrow \quad$ [distributiviteit]

$(p \vee \neg p) \wedge (q \vee r \vee \neg p)$

(c) Deze CNV voldoet niet aan het criterium : $q \vee r \vee \neg p$ voldoet niet. ($p \vee \neg p$ wel, maar dat is niet genoeg). Geen tautologie.

(5) (a)



(b) a_1 : Er geldt $M, a_1 \Vdash \Diamond p$ omdat $M, a_2 \Vdash p$ en Ra_1a_2

Maar $M, a_1 \not\Vdash p$. Dus ook $M, a_1 \not\Vdash \Diamond p \to p$.

a_2 : $M, a_2 \Vdash \Diamond p \to p$ omdat $M, a_2 \Vdash p$

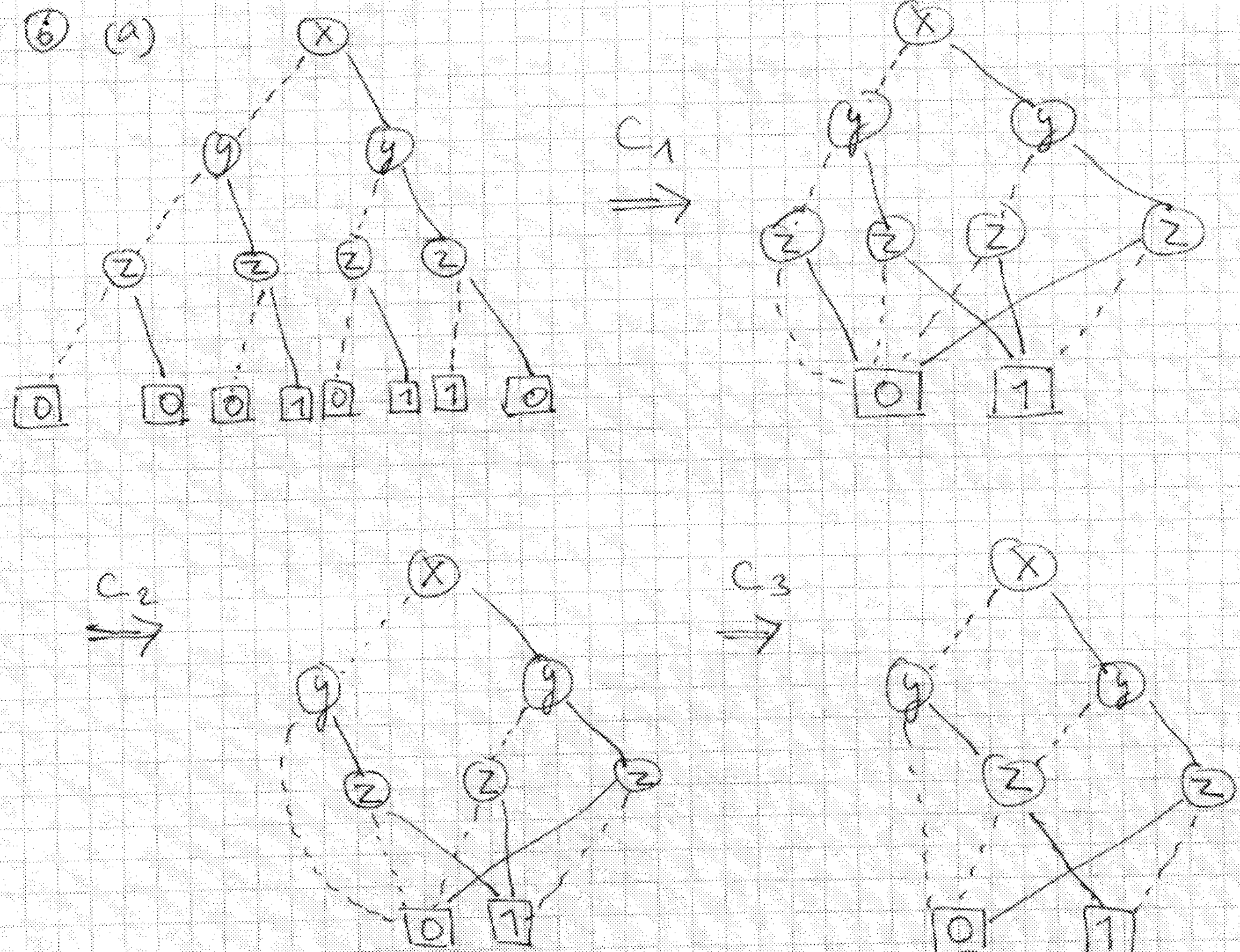
a_3 : Omdat in geen enkele vanuit a_3 toegankelijke wereld p geldt, hebben we $M, a_3 \not\Vdash \Diamond p$. Daaruit volgt $M, a_3 \Vdash \Diamond p \to p$.

(c) Nee. Dan zou ~~ook~~ $M, a_1 \Vdash \Diamond p \to p$ moeten gelden

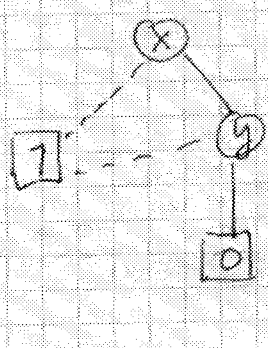
(d) Ja. $\Box p$ geldt in geen enkele wereld a_1, a_2 of a_3.

Dus $M, a_i \Vdash \Box p \to p$ geldt voor zowel a_1, a_2 als a_3.

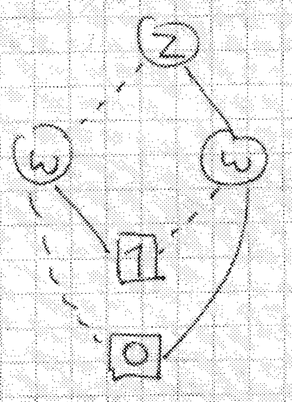
6 (a)



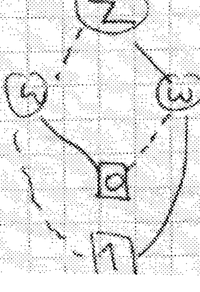
(b) f:



g:



(c) eerst $\overline{g(z,w)}$



dan $f(x,y)\cdot\overline{g(z,w)}$: