

Voortentamen Inleiding Logica

26 oktober 2001

Opgave 1. Leid met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $p \vee (q \wedge r) \vdash p \vee q$,
(7 punten)
- (b) $p \rightarrow (p \rightarrow q) \vdash p \rightarrow q$,
(7 punten)
- (c) $(\neg p \vee q) \rightarrow (r \wedge s) \vdash \neg s \rightarrow p$.
(7 punten)

Opgave 2. Onderzoek met een waarheidstafel de geldigheid van:

$$p \rightarrow (q \wedge \neg r), r \models \neg(q \rightarrow p).$$

(7 punten)

Opgave 3.

- (a) Geef een formule ϕ zodat $\phi \equiv \phi \vee p$
(d.w.z. ϕ semantisch equivalent met $\phi \vee p$).
(4 punten)
- (b) Geef een formule ϕ zodat $\phi \equiv \phi \vee \neg\phi$.
(4 punten)

Opgave 4.

- (a) Geef het criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is.
(4 punten)
- (b) Bepaal een CNV voor de formule $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.
(8 punten)
- (c) Bepaal met het criterium uit (a) of de formule uit (b) een tautologie is.
(4 punten)

Opgave 5. Gegeven is het Kripke-model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ met

$$\begin{aligned} W &= \{a_1, a_2, a_3, a_4\} \\ R &= \{(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_2, a_2), (a_3, a_4), (a_4, a_4)\} \\ L(p) &= \{a_2, a_3\} \\ L(q) &= \{a_3, a_4\} \end{aligned}$$

- (a) Teken het model.
(4 punten)

Ga na of het volgende geldt:

- (b) $a_1 \Vdash \Box p$,
(4 punten)
- (c) $a_1 \Vdash \Box \Box p$,
(4 punten)
- (d) $\mathcal{M} \models \Diamond q \rightarrow \Box p$.
(6 punten)

Opgave 6. Gegeven is de boolse functie

$$f(x, y, z) = x \cdot \bar{z} + y \cdot z$$

- (a) Geef een BDT (binary decision tree) voor $f(x, y, z)$.
(5 punten)
- (b) Reduceer deze BDT met de regels C1-3 tot een reduced BDD.
(5 punten)
- (c) Geef een OBDD voor f met ordening $[z, y, x]$.
(5 punten)
- (d) Reduceer de in (c) gevonden OBDD met C1-3 naar een reduced OBDD voor f met ordening $[z, y, x]$.
(5 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.