

Voortentamen Inleiding Logica

27 oktober 2000

Opgave 1. Leidt met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $\neg(p \vee q) \vdash \neg(p \wedge q)$,
(7 punten)
- (b) $(p \wedge q) \vee \neg p \vdash p \rightarrow q$,
(7 punten)
- (c) $\neg(p \wedge q) \vdash \neg p \vee \neg q$ (hint: gebruik LEM).
(7 punten)

Opgave 2. Onderzoek de geldigheid van:

- (a) $p \rightarrow r, q \vee \neg r \models \neg(q \wedge \neg p)$,
(6 punten)
- (b) $p \rightarrow r, q \vee \neg r \models \neg p \vee q$.
(6 punten)

Opgave 3.

- (a) Geef het criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is.
(3 punten)

Bepaal een CNV voor de volgende twee formules, en bepaal aan de hand van de CNV of de formule een tautologie is:

- (b) $\neg\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)$,
(6 punten)
- (c) $p \rightarrow (p \vee q)$.
(6 punten)

ZOZ !!!

Opgave 4. Gegeven is het Kripke-model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ met

$$\begin{aligned} W &= \{a_1, a_2, a_3\} \\ R &= \{(a_1, a_1), (a_2, a_2), (a_3, a_3), (a_1, a_2), (a_1, a_3)\} \\ L(p) &= \{a_1\} \\ L(q) &= \{a_1, a_3\} \end{aligned}$$

- (a) Teken het model.
(3 punten)

Ga na af het volgende geldt:

- (b) $a_1 \Vdash \Diamond p \rightarrow \Box p$,
(6 punten)
- (c) $a_1 \Vdash \Box(p \vee q)$,
(6 punten)
- (d) $\mathcal{M} \models q \rightarrow \Diamond q$.
(6 punten)

Opgave 5. Gegeven is de boolse functie $f(x, y, z)$ die 1 oplevert als precies 2 van de argumenten x, y, z de waarde 1 hebben, en die 0 oplevert in alle andere gevallen.

- (a) Geef de waarheidstafel van $f(x, y, z)$.
(3 punten)
- (b) Bepaal een OBDD met ordening $[x, y, z]$ die deze functie representeert. (Begin met een beslisboom, en geef de reductie met C1-3 naar deze OBDD.)
(6 punten)
- (c) Zijn er nog andere OBDD's met dezelfde ordening voor $f(x, y, z)$?
(3 punten)
- (d) Geef ook een OBDD voor $f(x, y, z)$ met ordening $[y, x, z]$. Alleen het antwoord is genoeg.
(3 punten)
- (e) Geef de OBDD met ordening $[z, y, x]$ voor de functie $f(x, y, z)$. Alleen het antwoord is genoeg.
(6 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.