

Opgave 1 (7 + 7 punten)

Gegeven is de volgende vertaalsleutel:

- h : Gerard 't Hooft
- v : Martin Veltman
- n : de Nobelprijs
- W_{xy} : x wint y
- Nx : x is een Nederlander
- B_{xy} : x benijdt y

Vertaal volgens de vertaalsleutel onderstaande zinnen in formules van de predikatenlogica:

- a) Precies twee Nederlanders winnen de Nobelprijs.
- b) Elke Nederlander benijdt Gerard 't Hooft, behalve Martin Veltman.

Opgave 2 (7 + 7 + 7 punten)

Geef natuurlijke deductie afleidingen voor:

- a) $p \vee (q \wedge r) \vdash p \vee r$
- b) $\neg p \Rightarrow \neg q \vdash q \Rightarrow p$
- c) $\forall x(Px \wedge Qx) \vdash \forall xPx \wedge \forall xQx$

Opgave 3 (6 + 6 punten)

Bewijs of weerleg:

- a) $\exists x(\phi \vee \psi) \vdash \exists x\phi \vee \exists x\psi$
- b) $\forall x\exists yPxy, \forall x\forall y(Pxy \vee Pyx) \vdash \forall x\forall y\forall z((Pxy \wedge Pyz) \Rightarrow Pxz)$

Opgave 4 (6 + 6 punten)

Gebruik de methode van semantische tableaux om na te gaan of de volgende gevolgtrekkingen geldig zijn; geef in het geval dat een gevolgtrekking niet geldig is expliciet alle tegenmodellen:

- a) $p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \ / \ p \Rightarrow q$
- b) $p \vee (q \wedge \neg r) \ / \ (p \vee q) \wedge \neg r$

Opgave 5 (5 + 6 + 6 punten)

In deze opgave werken we binnen de propositielogica, met alleen de propositiesymbolen p en q .

- a) Geef de definitie van Γ is (syntactisch) consistent (met Γ een formuleverzameling).
- b) Geef een formule φ zodanig dat de verzamelingen $\{\neg p, \varphi\}$ en $\{\neg q, \varphi\}$ beide consistent zijn, maar de verzameling $\{\neg p, \neg q, \varphi\}$ niet.
- c) Geef een formule φ , geen contradictie, zodanig dat de verzamelingen $\{\neg p, \varphi\}$ en $\{\neg q, \varphi\}$ beide inconsistent zijn.

Opgave 6 (7 + 7 punten)

We beschouwen het volgende formele systeem. De taal bestaat uit alle strengen over het alfabet $\{a, b, c\}$. Het enige axioma is de streng cab , en de regels zijn als volgt:

R1 als $xcybz$ een stelling is, dan ook $xcyybz$,

R2 als $xca y$ een stelling is, dan ook $xacy$,

R3 als $xaby$ een stelling is, dan ook $xbay$.

(Hierbij staan x , y en z als gebruikelijk voor willekeurige strengen. Vergeet niet dat de regels ook mogen worden toegepast als we x en/of y en/of z instantiëren met de lege streng!)

- a) Geef een afleiding voor de streng $aacbaa$.
- b) Bewijs dat de streng $aabcaa$ geen stelling van dit formele systeem is.