

Opgave 1 (7 + 6 punten)

Geef een propositielogische formule φ die voldoet aan de volgende criteria:

1. φ bevat alleen de propositieletters p en q ;
2. φ is geen tautologie;
3. er geldt zowel dat $p \models \varphi$ en dat $q \models \varphi$.

Tussenstap: bepaal eerst de waarheidstafel van φ .

Opgave 2 (7 + 7 punten)

Gegeven is de volgende vertaalsleutel:

- Zxy : x zag y
 c : Chloë
 d : Daan
 m : het maanmannetje
 s : de zon

Vertaal, gebruikmakend van de vertaalsleutel, onderstaande zinnen in formules van de predikatenlogica:

- a) Niemand zag de zon, behalve het maanmannetje.
- b) Sommigen zagen de zon, maar Daan en Chloë zagen alleen elkaar.

Opgave 3 (7 + 7 + 7 punten)

Geef natuurlijke deductie afleidingen voor:

- a) $\neg p \rightarrow p \vdash p$,
- b) $(p \rightarrow q) \rightarrow r, \neg p \vee q \vdash r$,
- c) $\neg \exists x Px \vdash \forall x \neg Px$.

Opgave 4 (6 + 6 punten)

Bewijs of weerleg:

- a) $\forall x (Px \vee Qx) \models \forall x Px \vee \forall x Qx$,
- b) $\forall x (Px \wedge Qx) \models \forall x Px \wedge \forall x Qx$.

Opgave 5 (6 + 6 punten)

Gebruik de methode van semantische tableaux om na te gaan of de volgende gevolgtrekkingen geldig zijn; geef in het geval dat een gevolgtrekking niet geldig is expliciet alle tegenmodellen:

- a) $p \rightarrow (q \rightarrow r) / (p \rightarrow q) \rightarrow r$,
- b) $\neg p \rightarrow q / p \vee q$.

Opgave 6 (6 + 6 + 6 punten)

Gegeven is een formeel systeem als volgt:

alfabet $\{M, I, U\}$

axioma MIU

regels	regel 1	regel 2
	$\frac{Mx}{Mxx}$	$\frac{MxUIUy}{MxUUy}$

NB: x en y staan hier voor willekeurige strengen, inclusief de lege.

- a) Geef alle strengen die je in hoogstens 4 stappen kunt afleiden.
(NB: We tellen het opschrijven van het axioma al als 1 stap, dus van daaruit nog maar 3 stappen!)
- b) Geef een inductieve definitie van de operatie $Ucount$ op strengen, die van een streng over het alfabet $\{M, I, U\}$ het aantal voorkomens van het symbool U aangeeft. Dus bijvoorbeeld $Ucount(MMIUUUIMUU) = 5$.
- c) Waarom kan de streng MI geen stelling zijn van dit formele systeem?