

Opgave 1 (6 + 6 + 6 punten)

Beschouw de formule $\varphi = \neg(p \vee q \vee r)$.

- a) Geef een disjunctieve normaalvorm voor φ .
- b) Bepaal de verzameling $\text{MOD}(\varphi)$.
- c) Geef een formule ψ , geen contradictie, zodat $\text{MOD}(\varphi) \cap \text{MOD}(\psi) = \emptyset$.

Opgave 2 (6 + 6 punten)

Gegeven is de volgende vertaalsleutel:

Hxy : x heeft y
Fx : x is een fiets
Ax : x is een auto
j : Jan

Vertaal, gebruikmakend van de vertaalsleutel, onderstaande zinnen in formules van de predikatenlogica:

- a) Iedereen heeft ten hoogste één auto.
- b) Jan heeft ten minste één fiets en precies twee auto's.

Opgave 3 (6 + 6 + 6 punten)

Geef natuurlijke deductie afleidingen voor:

- a) $\forall x(Px \rightarrow Qx), \forall x\neg Qx \vdash \forall x\neg Px$,
- b) $\neg(p \rightarrow (q \vee r)) \vdash \neg r$;
- c) $\exists x\forall yRxy \vdash \forall y\exists xRxy$.

Opgave 4 (6 + 6 punten)

Bewijs of weerleg:

- a) $\forall x(\phi \rightarrow \psi) \models \exists x\phi \rightarrow \forall x\psi$,
- b) $\forall x(Px \rightarrow (Qx \vee Rx)) \models (\forall x(Px \rightarrow Qx)) \vee (\forall x(Px \rightarrow Rx))$.

Opgave 5 (6 + 6 punten)

Gebruik de methode van semantische tableaux om na te gaan of de volgende gevolgtrekkingen geldig zijn; geef in het geval dat een gevolgtrekking niet geldig is expliciet alle tegenmodellen:

- a) $p \rightarrow q / \neg(p \wedge \neg q),$
- b) $/ p \rightarrow (q \vee \neg p).$

Opgave 6 (6 + 6 + 6 punten)

Gegeven is een formeel systeem F als volgt:

alfabet $\{a, b, c\}$

axioma c

regels	regel 1	regel 2
	$\frac{xcy}{axcay}$	$\frac{xcy}{xcb y}$

NB: x en y staan hier voor willekeurige strengen, inclusief de lege.

- a) Geef alle strengen die je in hoogstens 3 stappen kunt afleiden.
(NB: We tellen het opschrijven van het axioma al als 1 stap, dus van daaruit nog maar 2 stappen!)
- b) Waarom kan de streng **aaacbabab** geen stelling zijn van dit formele systeem?
- c) Geef een inductieve definitie van de operatie *Len* op strengen, die van een streng over het alfabet $\{a, b, c\}$ het aantal symbolen aangeeft. Dus bijvoorbeeld $Len(aabab) = 5$.