

Opgave 1 (10 + 10 + 10 punten)

Gegeven is de volgende vertaalsleutel:

$K(x,y)$: x is kind van y

j : Jan

Vertaal, gebruikmakend van de vertaalsleutel, onderstaande zinnen in formules van de predikatenlogica:

- a) Niemand is kind van zichzelf.
- b) Jan heeft precies twee kinderen.
- c) Jan heeft geen kleinkinderen.

Opgave 2 (10 + 10 punten)

Bewijs:

- a) $\neg\forall x\phi \models \exists x\neg\phi$,
- b) $\exists x\phi \rightarrow \forall x\psi \models \forall x(\phi \rightarrow \psi)$.

Opgave 3 (10 punten)

Weerleg:

$\forall x\exists y(R(x,y) \wedge \neg(x=y)), \forall x\forall y\forall z(R(x,y) \wedge R(y,z) \rightarrow R(x,z)) \models \forall x\forall y(x=y \vee R(x,y) \vee R(y,z))$.

Opgave 4 (10 + 10 + 10 punten)

Bewijs in natuurlijke deductie:

- a) $\neg p, \neg q \vdash \neg((p \rightarrow q) \rightarrow q)$,
- b) $p \vee q \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow q$,
- c) $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \vdash \forall x(P(x) \vee Q(x))$.