

Opgave 1

Gegeven is een formeel systeem als volgt:

alfabet $\{a, c\}$

axioma cac

regels	regel 1	regel 2
	$\frac{x \quad y}{cxy c}$	$\frac{x c c y}{x c y}$



- a) Geef alle strengen die je in hoogstens 3 stappen kunt afleiden.
(NB: We tellen het opschrijven van het axioma al als 1 stap, dus van daaruit nog maar 2 stappen!) (10 ptn.)
- b) Waarom kan de streng $caac$ geen stelling zijn van dit formele systeem? (10 ptn.)
- c) Geef een inductieve definitie van de operatie Omk op strengen, die een streng over het alfabet $\{a, c\}$ omkeert. (Dus bijvoorbeeld $Omk(aacac) = caciaa$.) (10 ptn.)

Opgave 2

- a) Onderzoek met behulp van een semantisch tableau de geldigheid van de volgende gevolgtrekking. Geef indien mogelijk een tegenmodel.

$$p \rightarrow (q \vee r) / p \rightarrow (q \wedge r).$$

(15 ptn.)

- b) Onderzoek met een semantisch tableau of de volgende formule een tautologie is:

$$(p \rightarrow q) \vee (p \wedge \neg q).$$

(10 ptn.)

Opgave 3

Geef een disjunctieve normaalvorm voor de formule:

$$(q \rightarrow \neg r) \rightarrow (p \wedge q).$$

(15 ptn.)

Opgave 4

Bewijs of weerleg de volgende bewering.

(10 ptn.)

Als $\varphi \models \psi$ en φ is een tautologie, dan is ψ ook een tautologie.

Opgave 5

We beperken ons in deze opgave tot formules met alleen de propositieletters p, q, r .
Beschouw de verzameling formules

$$\Sigma = \{p \vee q, \neg q \rightarrow \neg p\}.$$

- a) Bepaal de verzameling $\text{MOD}(\Sigma)$. (10 ptn.)
- b) **Bonusvraag** Geef een formule φ , geen contradictie, zodanig dat $\Sigma \cup \{\varphi\}$ niet semantisch consistent is. Motiveer uw antwoord. (5 ptn.)

Het toetscijfer is gelijk aan 1 plus het tiende deel van het behaalde aantal punten. Het hoogst mogelijke cijfer is een 10.

