

## Deeltentamen I: Inleiding Grafentheorie 24-04-2008

Vergeet het aparte multiple choice gedeelte niet.

### 1. Een model van de Petersen graaf

(a) Kennisvragen.

(i) Wat betekent het als een graaf *regulier* van graad  $d$  is? Geef de definitie.

(ii) Wat bedoelt men met een *cykel* in een graaf?

(b) We ontwerpen een graaf op 10 vertices als volgt. De *vertices* zijn de verzamelingen met twee elementen uit  $\{a, b, c, d, e\}$ . Vertices mag je gemakshalve noteren als " $a b$ " in plaats van het correcte  $\{a, b\}$ . De *lijnen* worden getrokken tussen vertices die geen element gemeen hebben. Bijvoorbeeld is er een lijn tussen  $ac := \{a, c\}$  en  $be := \{b, e\}$ . Laat zien met de definitie, zonder de graaf te tekenen, dat deze graaf regulier is en geef de graad.

(c) De graaf uit (b) blijkt isomorf te zijn met de Petersen graaf. Controleer dit door in een (gangbare) tekening van de Petersen graaf de hierboven ingevoerde puntenlabels " $a b$ ", " $a c$ ", etc., bij de punten van de Petersengraaf te plaatsen zo dat alle lijnen juist zijn.

(d) Hoe lang is de kortst mogelijke cykel in de Petersen graaf? Hoe lang is de grootst mogelijke cykel in de Petersen graaf? Geef telkens een voorbeeld.

N.B.: na het multiple-choice gedeelte worden drie plaatjes van de Petersen graaf gegeven, waar je (indien gewenst) de antwoorden van onderdelen (c) en (d) in kunt aanbrengen.

### 2. Een puzzel met tweedelingsgrafen

Soms is het mogelijk uit een aantal eigenschappen van een graaf deze graaf te (re-)construeren.

(a) Kennisvragen.

(i) Wat bedoelt men met: een *incidentie in een graaf*?

(ii) Wat bedoelt men met: een *tweedelingsgraaf*?

(b) Leg uit: In een tweedelingsgraaf is het totale aantal incidenties voor beide delen van de punten verzameling steeds gelijk.

(c) Zoek de unieke tweedelingsgraaf met tien punten, met één punt van graad 5, één punt van graad 4, vijf punten van graad 2, en één punt van graad 1. Begin steeds met de punten van hoogste graad bij het tekenen.

### 3. Het teleprinter probleem of de De Bruijn rijen

Het is de bedoeling om alle strings ter lengte 3 over het alfabet  $\{0,1\}$  (de bits) in een kring te genereren, en wel zo, dat elke drie-string precies één keer voor komt in de kring.

(a) Kennisvragen.

(i) Wat wordt bedoeld met een *Euler toer* in een gerichte graaf?

(ii) Onder welke nodige en voldoende voorwaarde(n) op een gerichte graaf bestaat een dergelijke toer?

(iii) Als je met behulp van een Euler ronde een dergelijke kring wil genereren, hoe moet je dan de punten van de graaf labelen, en hoe moet je de pijlen labelen?

(b) Geef een tekening van de gerichte graaf waarmee je dit "teleprinter probleem" kunt oplossen.

(c) Maak een kring van bits die een oplossing is voor dit teleprinter probleem.

### Normering

|       |   |       |   |       |   |       |    |
|-------|---|-------|---|-------|---|-------|----|
| 1a:   | 6 | 2a:   | 6 | 3a:   | 7 | 4:    | 24 |
| b:    | 7 | b:    | 7 | b:    | 6 |       |    |
| c:    | 7 | c:    | 7 | c:    | 7 |       |    |
| d:    | 6 |       |   |       |   |       |    |
| <hr/> |   | <hr/> |   | <hr/> |   | <hr/> |    |
| 26    |   | 20    |   | 20    |   | 24    |    |

(Multiplechoice: -7 ptn per fout)

**Totaal te behalen = 90**

**Cijfer = Totaal/10 + 1**

N.B.: Na afloop van dit tentamen kun je op blackboard (Inleiding Grafentheorie, knop "Course Information", folder "Week 22") een attachment vinden met de uitwerking van dit (deel)tentamen. De attachment bestaat in postscript en in pdf.