

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 Een algorithmen voor het handelsreizigers probleem.

- a) Geef de definitie van het *handelsreizigers probleem*. Aan welke eisen moet een *afstanden matrix* voldoen? Wat bedoelt men in dat verband met de *driehoeks ongelijkheid*?

Is de onderstaande matrix een echte afstanden matrix? Licht dit toe, en zo niet, verbeter de matrix tot het wel een afstandenmatrix is.

	A	B	C	D	E
A	0	13	9	7	11
B	13	0	17	5	18
C	9	15	0	16	3
D	7	5	16	0	19
E	11	19	3	17	0

- b) In het dictaat staat een benaderend algorithmen van het handelsreizigers probleem. Geef dit algorithmen.
- c) Ga uit van de rechts gegeven matrix en van de cykel A B C D E A. Ga door een aantal malen het algorithmen uit b) toe te passen zoeken naar verkorting van de cykel. Geef de uiteindelijke cykel die niet meer wordt verbeterd, en de totale afstand van deze cykel.

2 Bomen en tellingen van lijnen en punten.

- a) Wanneer heet een graaf een *boom*? Geef de definitie.
- b) Bewijs, dat in een boom het aantal punten $|V|$ precies 1 meer is dan het aantal lijnen $|E|$.
- c) Gegeven een graaf zonder cyclen met $|V| = |E| + 1$. Bewijs hieruit dat deze graaf een boom moet zijn.

3 De muis en de kaasblokjes.

Gegeven is een kubusvormig stuk kaas, dat in $3 \times 3 \times 3 = 27$ blokjes is verdeeld. Een muis eet zich door de kaas heen, door één voor één in ieder blokje een hol te eten. Hij begint in de linker-voor-onderhoek, en gaat steeds van een blokje naar een ander blokje dat nog niet aangevreten is, en dat met een vol zijvlak aan het vorige blokje grenst. Het is de bedoeling dat de muis in het middelste blokje eindigt.

- a) Vertaal dit probleem in de taal van grafen en Hamilton paden.
- b) Er is een stelling die aan geeft wanneer er in een ongerichte graaf geen Hamilton cykel bestaat. Geef deze stelling, en laat zien hoe men soms bij een tweedelingsgraaf met deze stelling direct kan constateren dat er geen Hamilton cykel bestaat.
- c) Er is een stelling die aan geeft wanneer in een ongerichte graaf een Hamilton cykel bestaat. Geef deze stelling
- d) Ga na of de muis zich op de aangegeven manier door de kaasblokjes heen kan eten, en laat zien waarom het wel kan of waarom het niet kan.
(Aanwijzing: Laat zien dat de graaf die voor dit probleem kan worden gemaakt een tweedelingsgraaf is).

NORMERING

1a 3 pt	2a 1 pt	3a 3 pt	3d 4 pt
1b 4 pt	2b 4 pt	3b 2 pt	
1c 3 pt	2c 4 pt	3c 2 pt	

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt : 1	4,5,6 pt : 2	7,8,9 pt : 3	10,11,12 pt : 4	13,14,15 pt : 5 ,
16,17,18 pt : 6	19,20,21 pt : 7	22,23,24,25 pt : 8	26,27,28 pt : 9	29,30 pt : 10 .