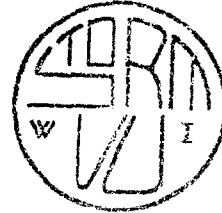


Tentamen Inleiding Grafentheorie 27-3-2002

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.



1 Een algorithmen voor het handelsreizigers probleem.

- a) Geef de definitie van het *handelsreizigers probleem*. Aan welke eisen moet een *afstanden matrix* voldoen? Wat bedoelt men in dat verband met de *driehoeks ongelijkheid*? Is de onderstaande matrix een echte afstanden matrix? Licht dit toe.
- b) In het dictaat staat een benaderend algorithmen van het handelsreizigers probleem. Geef dit algorithmen.
- c) Ga uit van de rechts gegeven matrix en van de cykel A B C D E A. Ga door een aantal malen het algorithmen uit b) toe te passen zoeken naar verkorting van de cykel. Geef de uiteindelijke cykel die niet meer wordt verbeterd, en de totale afstand van deze cykel.

	A	B	C	D	E
A	0	13	9	7	11
B	13	0	15	5	18
C	9	15	0	16	3
D	7	5	16	0	17
E	11	18	3	17	0

2 Reguliere en complementaire grafen.

In dit vraagstuk bekijken we uitsluitend ongerichte grafen.

Twee grafen $G_1(V, E_1)$ en $G_2(V, E_2)$ heten *complementair*, als deze grafen dezelfde puntverzameling V hebben, en twee punten in G_1 verbonden zijn, dan en slechts dan als ze in G_2 niet verbonden zijn. Dit betekent dus dat $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, en dat de volledige graaf $K_{|V|} = (V, E_1 \cup E_2)$.

Een graaf heet *regulier* als de graad voor elk punt gelijk is.

- a) Laat zien dat de complementaire graaf van een reguliere graaf zelf regulier is.
- b) Laat zien dat een samenhangende reguliere graaf met een oneven aantal punten een Euler graaf is.

3 **Kruskal.**

Gegeven is een samenhangende graaf waarin aan alle lijnen verschillende positieve gewichten zijn toegekend. Gezocht wordt een opspannende boom met minimaal gewicht.

- a) Geef de definitie van een *opspannende boom* van een samenhangende graaf.
- b) Geef een beschrijving van de algorithmen van Kruskal.
- c) Toon aan dat deze algorithmen een minimale opspannende boom oplevert.

NORMERING

1a 2 pt	1d 3 pt	2c 3 pt	3c 5 pt
1b 3 pt	2a 2 pt	3a 1 pt	
1c 3 pt	2b 4 pt	3b 4 pt	

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt : 1	4,5,6 pt : 2	7,8,9 pt : 3	10,11,12 pt : 4	13,14,15 pt : 5 ,
16,17,18 pt : 6	19,20,21 pt : 7	22,23,24,25 pt : 8	26,27,28 pt : 9	29,30 pt : 10 .

EINDCIJFER TOTAAL TENTAMEN:

Neem de som van de behaalde punten van de drie deeltentamens,
deel de uitkomst door 9 en tel er één bij op.