



Deeltentamen Inleiding Grafentheorie 18-3-2002

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 *Gray codes en Hamilton cyclen op kubus grafen.*

In deze opgave bekijken we steeds strings van vaste lengte over het alfabet $\{0,1\}$. Deze strings worden gezien als de punten van een (*hyper*)kubusgraaf. Een tweetal punten in deze kubusgrafen is verbonden dan en alleen dan als de bijbehorende strings op precies één plaats verschillen.

- a) Er bestaat een Hamilton cykel in de kubus graaf op de strings ter lengte 3 over $\{0,1\}$. Geef zo'n Hamilton cykel aan.
- b) Uitgaande van deze kubusgraaf kunnen wij ook op de hyperkubusgraaf met als punten alle strings ter lengte 4 ook een Hamilton circuit construeren. Geef dit circuit en beschrijf de constructie.
- c) Voor ieder natuurlijk getal $n \geq 2$ bestaat er op de op de hyperkubusgraaf, waarvan de punten genummerd zijn met strings ter lengte n een Hamilton cykel. Toon dit aan.

2 *Bomen en tellingen van lijnen, punten en componenten.*

- a) Wanneer heet een graaf een *boom*? Geef de definitie.
- b) Bewijs, dat in een boom het aantal punten V precies 1 meer is dan het aantal lijnen E .
- c) Gegeven een graaf zonder circuits. Hoe kan men dan het aantal componenten afleiden uit het aantal punten V en het aantal lijnen E ? Bewijs uw antwoord.

3 *Een algorithm voor het handelsreizigers probleem.*

- a) Welke drie eigenschappen definiëren een *metriek*? Wat bedoelt U in dat verband met de *driehoeks ongelijkheid*? Aan welke eisen moet een *afstandenmatrix* voldoen?
- b) Geef de definitie van het *handelsreizigers probleem*.

c) In het dictaat staat een benaderend algoritme van het handelsreizigers probleem. Geef dit algoritme.

d) Rechts is gegeven een gewichtsmatrix van de volledige graaf K_5 . Pas eerst de matrix aan tot het een echte afstandenmatrix is, en teken de bijbehorende afstandsgraaf met getallen bij de lijnen. Ga uit van de afstandenmatrix en van de cykel A B C D E A. Ga daarna met het algoritme uit c) zoeken naar een verbetering van de cykel. Wat vind U als gewicht van de beste cykel die zo via enkele stappen van het algoritme bereikt wordt?

	A	B	C	D	E
A	0	7	6	8	10
B	7	0	9	6	5
C	6	9	0	5	9
D	8	6	5	0	3
E	10	5	9	3	0

NORMERING

1a 2 pt	2a 2 pt	3a 2 pt	3d 3 pt
1b 3 pt	2b 4 pt	3b 2 pt	
1c 4 pt	2c 4 pt	3c 4 pt	

CIJFER

Bij 0,1,2,3 pt : 1 4,5,6 pt : 2 7,8,9 pt : 3 10,11,12 pt : 4 13,14,15 pt : 5,
16,17,18 pt : 6 19,20,21 pt : 7 22,23,24,25 pt : 8 26,27,28 pt : 9 29,30 pt : 10.