

Tentamen Inleiding Grafentheorie 6-6-2001

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 *Het algoritme van Fleury voor het vinden van een Euler ronde.*

- a) Geef de definitie van een **brug** zoals die wordt gebruikt in het *Algoritme van Fleury*.
- b) Geef een nauwkeurige beschrijving van het *Algoritme van Fleury* om een *Euler ronde* te vinden in een graaf waarin de graad van elk punt even is. (U kunt dit b.v. doen door een programma structuur diagram).
- c) Beschrijf wat er zou gebeuren als we het algoritme van Fleury zouden toepassen op een graaf die precies twee punten heeft van oneven graad, waarbij we het beginpunt van het algoritme in één van deze twee punten kiezen.

2 *Hamilton cykels.*

- a) Geef de definitie van een **Hamilton cykel** in een graaf. Geef ook de definitie van een **Hamilton graaf**.
- b) Teken de **Petersen graaf**, (d.i. een graaf met 10 punten, 15 lijnen en de kortste cykel ter lengte 5).
- c) Toon aan dat deze Petersen graaf geen **Hamilton cykel** bevat.

Aanwijzing: Als we de Petersen graaf tekenen met een vijfhoek aan de buitenkant, en een ster binnenin, dan kunnen we verschillende gevallen onderscheiden, aan het aantal lijnen in een eventuele cykel dat loopt tussen de vijfhoek en de ster. Bewijs nu dat geen van deze gevallen in een **Hamilton cykel** kan voorkomen.

3 *Bomen en paden.*

- a) Wanneer heet een graaf een *boom*? Geef de definitie.
- b) Bewijs dat tussen elk tweetal punten van een boom precies één pad bestaat.

Z.O.Z.

- c) Als tussen elk tweetal punten van een graaf precies één pad bestaat, dan is deze graaf een boom. Bewijs dit.

*** 4 *Stromen in netwerken en de stelling van Hall.***

De stelling over stromen in netwerken van Ford en Fulkerson kan ook worden gebruikt om de huwelijksstelling van Hall te bewijzen.

- a) Geef de definitie van een **netwerk**, en van een **snede** in een **netwerk**. Geef ook de definitie van een **onverzadigd pad** (ook wel *stroomvergroterend pad* genoemd,) in een **netwerk**, waarop een *stroom* s is gedefinieerd.
- b) Formuleer de stelling van Ford en Fulkerson.
- c) Geef aan hoe in een **netwerk** met een maximum *stroom* een passende **snede** kan worden geconstrueerd.
- d) Formuleer de Huwelijksstelling van Hall.
- e) Om de huwelijksstelling van Hall te bewijzen kan men een netwerk gebruiken. Geef aan op welke manier een tweedelingsgraaf kan worden omgezet in een netwerk, en hoe we in dit netwerk een kritieke verzameling W en de bijbehorende verzameling $B(W)$ in het netwerk kunnen vinden.

NORMERING

Elke goed beantwoorde multiple choice vraag geeft 1 pt.

Voor de overige vragen gelden de volgende puntenaantallen :

1a 1 pt	2a 2 pt	3a 1 pt	4a 2 pt	4d 2 pt
1b 4 pt	2b 1 pt	3b 4 pt	4b 2 pt	4e 3 pt
1c 3 pt	2c 5 pt	3c 4 pt	4c 2 pt	

$$CIJFER = \frac{SOM}{5} + 1.$$