



Tentamen Inleiding Grafentheorie 6-4-98

In dit tentamen gebruiken wij tenzij anders gemeld uitsluitend grafen zonder lussen of parallelle lijnen, met dien verstande, dat in een gerichte graaf antiparallelle lijnen zijn toegestaan. Bovendien gebruiken we uitsluitend verbindings matrices met nullen op de hoofd diagonaal.

1 *Reguliere tweedelingsgrafen.*

- a) Wat betekent het als twee grafen *isomorf* zijn? Geef de definitie. Wat betekent het als een graaf *regulier* van graad *d* is? Geef de definitie. Geef ook de definitie van een *tweedelingsgraaf* (*bipartiete graaf*).
- b) Geef een *duidelijke gestructureerde* tekening van alle *samenhangende onderling niet isomorfe reguliere tweedelingsgrafen* op 8 punten.
- c) Geef de *verbindingsmatix* van elk van de in het vorige onderdeel gevonden *samenhangende onderling niet isomorfe reguliere tweedelingsgrafen*. (Zorg dat de labels van de punten systematisch gekozen worden).

2 *Het algoritme van Fleury voor het vinden van een Eulerronde.*

- a) Geef de definitie van een *brug* zoals die wordt gebruikt in het *Algoritme van Fleury*.
- b) Geef een nauwkeurige beschrijving van het *Algoritme van Fleury* om een *Eulerronde* te vinden in een graaf waarin de graad van elk punt even is. (U kunt dit b.v. doen door een programma structuur diagram).
- c) Beschrijf wat er zou gebeuren als we het algoritme van Fleury zouden toepassen op een graaf die precies twee punten heeft van oneven graad, waarbij we het beginpunt van het algoritme in één van deze twee punten kiezen.

3 *Toernooi grafen en Hamilton cykels.*

- a) Geef de definitie van een *sterk samenhangende gerichte graaf*.
Geef de definitie van een *toernooigraaf*.
Geef de definitie van een *gericht Hamilton pad*.



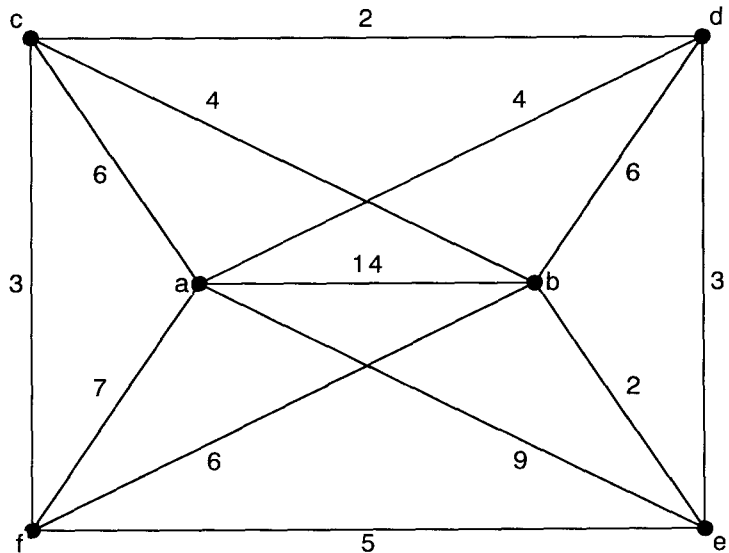
- b) Bewijs, dat iedere sterk samenhangende toernooigraaf een gerichte Hamilton cykel bevat.

4 Bomen en tellingen van lijnen en punten.

- a) Wanneer heet een graaf een *boom*? Geef de definitie.
 b) Bewijs, dat in een boom het aantal punten V precies 1 meer is dan het aantal lijnen E .
 c) Gegeven een samenhangende graaf met $|V| = |E| + 1$. Bewijs hieruit dat deze graaf een boom moet zijn.

5 De algorithmen van Dijkstra.

- a) Beschrijf het kortste pad probleem in een gewogen samenhangende graaf.
 b) Beschrijf de *algorithmen van Dijkstra* voor het kortste pad probleem. Geef daarbij vooral aan welke "registers" worden bijgehouden.
 c) Pas de algorithmen toe op de volgende gewogen graaf en de punten a en b . Geef hierbij een volledige boekhouding.



NORMERING

1a 3 pt	2a 2 pt	3a 3 pt	4b 4 pt	5c 4 pt
1b 3 pt	2b 3 pt	3b 6 pt	4c 4 pt	5c 4 pt
1c 3 pt	2c 4 pt	4a 1 pt	5a 1 pt	

$$CIJFER = \frac{SOM}{5} + 1.$$