

Hertentamen Inleiding Besliskunde I

8-2-2010, 18:30 - 21:15

REKENMACHINE ZONDER GEHEUGENOPSLAG IS TOEGESTAAN

Puntentoekening

Dit tentamen bestaat uit 4 pagina's en uit 4 opgaven, waaruit 90 punten te behalen zijn.

Opgave	A	B	C	D	E	F
Opg. 1	15	5	-	-	-	-
Opg. 2	5	5	5	5	5	5
Opg. 3	8	7	-	-	-	-
Opg. 4	15	10	-	-	-	-

$$\text{Eindcijfer} = \min\{10, 1 + \text{puntentotaal}/10 + \text{Eventuele Huiswerkbonus}\}$$

Opgave 1: Duale Probleem

Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{aligned} \max z &= x_2 + v \\ \text{onder} \quad & 3x_1 - 2x_2 \geq v \\ & 5x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & 6x_1 - x_2 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, v \geq 0 \end{aligned}$$

1A) Formuleer het duale probleem van dit LP-probleem. **Hint:** Zet eerst alle beslissingsvariabelen bij elke constraint aan de linkerkant van het ongelijkheidsteken.

1B) Stel dat er in de criteriumfunctie na 1 simplex-iteratie een niet-basisvariabele is met een coëfficiënt die positief is (er vanuitgaande dat de criteriumfunctie al herschreven is in alleen niet-basisvariabelen). Is de oplossing dan optimaal? Zo ja, verklaar je antwoord. Zo niet, wanneer heb je dan wel een optimale oplossing gevonden?

Hint: Deze vraag kan je ook beantwoorden als je vraag 1A niet of niet goed beantwoord hebt.

Opgave 2: Gevoeligheidsanalyse

De Nieuwe Amsterdamse Auto Fabriek *Ten Hoorn* gaat vanwege haar tienjarig bestaan eenmalig een nieuw type stadsmobiel en een nieuw type stadsscooter produceren. Voor de productie van deze vervoersmiddelen is een nieuwe robot nodig. Deze robot moet nog worden aangeschaft en de robotfabriek kan niet meer dan 125 van deze robots leveren. De aanschafprijs per robot is 50 euro. Voor de productie van één stadsmobiel zijn twee robots nodig en voor de productie van één stadsscooter zijn drie robots nodig. Een robot kan helaas maar één keer in het productieproces gebruikt worden. Daarnaast is een speciaal materiaal nodig voor de productie. Van dit materiaal zijn 150 eenheden in voorraad. Voor een stadsmobiel zijn drie eenheden materiaal nodig en voor een

stadsscooter twee eenheden. Marketingoverwegingen dicteren dat tenminste 20 stadsmobiels en tenminste 25 stadsscooters geproduceerd dienen te worden. Elke stadsmobiel draagt 400 euro bij tot de winst en elke stadsscooter 500 euro. Om de netto winst te maximaliseren, is het volgende LP-probleem opgesteld met de beslissingsvariabelen:

x_1 = het aantal te produceren stadsmobiels.

x_2 = het aantal te produceren scooters.

y = het aantal aan te schaffen robots.

Objective Function :

MAX 400.0000 X_1 +500.0000 X_2 -50.0000 Y

Subject to :

1. 2.0000 X_1 +3.0000 X_2 -1.0000 Y <= 0.0000
2. 1.0000 Y <= 125.0000
3. 3.0000 X_1 +2.0000 X_2 <= 150.0000
4. 1.0000 X_1 >= 20.0000
5. 1.0000 X_2 >= 25.0000

Summary of Results

Value Objective Function : 16250.0000

Variable	Activity Level	Reduced Cost
-----	-----	-----
X_1 :	25.0000	0.0000
X_2 :	25.0000	0.0000
Y :	125.0000	0.0000

	Slack of Surplus	Shadow prices
-----	-----	-----
Constraint 1	0.0000	200.0000
Constraint 2	0.0000	150.0000
Constraint 3	25.0000	0.0000
Constraint 4	5.0000	-0.0000
Constraint 5	0.0000	-100.0000

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowed Interval
-----	-----	-----
X_1	400.0000	[333.3333 , Infinity]
X_2	500.0000	[-Infinity , 600.0000]
Y	-50.0000	[-200.0000 , Infinity]

Right-Hand-Side Ranges

Constraint	Current RHS	Allowed Interval
1.	0.0000	[-10.0000 , 16.6667]
2.	125.0000	[115.0000 , 141.6667]
3.	150.0000	[125.0000 , Infinity]
4.	20.0000	[-Infinity , 25.0000]
5.	25.0000	[15.0000 , 28.3333]

Beantwoord de volgende vragen en geef steeds een korte toelichting.

2A) Wat gebeurt er met de optimale oplossing als een stadsmobiel niet 400 maar 350 euro tot de winst bijdraagt? Wat gebeurt er in dat geval met de optimale criteriumwaarde?

2B) Wat is het de Amsterdamse autofabriek hooguit waard als zij buiten de robotleverancier om nog 15 extra robots kan aanschaffen?

2C) Wat kun je zeggen over de verandering in de netto winst als blijkt dat de robotleverancier niet meer dan 100 robots kan leveren in plaats van 125 robots?

2D) Als de winst op een stadsmobiel niet 400 maar 375 euro zou zijn en de winst op een scooter 525 euro en niet 500 euro, wat gebeurt er dan met de optimale oplossing en wat gebeurt er dan met de optimale criteriumwaarde?

2E) Wat kun je zeggen over de verandering in de nettowinst als de autofabriek niet minstens 25 maar minstens 10 stadsscooters hoefde te produceren?

2F) De verkoopdirecteur van de Amsterdamse autofabriek komt met het voorstel ook een zogenaamde *Kylie-Jeep* te betrekken in de productie. De productie van één jeep vereist 3 robots en 5 eenheden van het speciale materiaal. Een *Kylie-Jeep* draagt 575 euro bij tot de winst. Is het zinvol deze jeep in de productie te betrekken?

Opgave 3: Voorraadtheorie

Naast de nodige aannames worden de basiselementen van de EOQ formule gegeven door:

- K = de vaste bestelkosten voor het plaatsen van een order
- v = de inkoopprijs per eenheid product
- r = rentefactor op jaarbasis zodanig dat vr de voorraadkosten zijn voor het in voorraad houden van één eenheid gedurende één jaar
- $\frac{Q}{2}vr$ = de jaarlijkse voorraadkosten
- $TK(Q)$ = totale jaarlijkse kosten afhankelijk van de bestelgrootte Q

-Z.O.Z.-

Het is duidelijk dat $TK(Q) = \frac{D}{Q}K + Dv + \frac{Q}{2}vr$.

3A) Leid de optimale bestelgrootte Q^* af en toon aan dat $TK(Q)$ inderdaad **geminimaliseerd** wordt bij deze Q^* . Geef ook de optimale bestelfrequentie per jaar!

3B) Beschrijf het idee achter de Silver Meal Heuristiek **én** beschrijf de heuristiek ook in algemene termen. Leidt deze procedure altijd tot een **optimale** oplossing?

Opgave 4: Formuleren

De boksbond *Boxelaar-Boksing* organiseert dit jaar een bokstoernooi tussen een groot aantal bwi-ers en docenten. Het blijkt echter allemaal doorgestoken kaart te zijn en via een mol, ene Sjanne N., heeft Tessa vd E. vernomen dat de winnaar van het toernooi al vaststaat. Sjanne N. weet niet wie er wint, maar zij weet wel 100 procent zeker dat de winnaar gezocht moet worden onder de volgende 4 boksers: W. Kager, R.F. Swarttouw, A. Zuiker en Matty. Bij de bookmaker, ene Cliff V., kan op elk van de boksers worden ingezet. Wanneer Kager wint, is de uitbetaling \$10 per ingelegde dollar, respectievelijk \$7 per ingelegde dollar als Swarttouw wint, respectievelijk \$15 per ingelegde dollar als Zuiker wint respectievelijk \$50 per ingelegde dollar als Matty wint. Tessa houdt wel van een gokje en heeft \$5000 ter beschikking om in te zetten.

4A) Formuleer een LP-model waarmee bepaald kan worden hoe Tessa optimaal moet inzetten wanneer zij de minimaal gegarandeerde **winst** zo hoog mogelijk wilt maken.

Manon R. maakt voor het bedrijf *Burger Meister* elke week N soorten hamburger sauzen, genummerd van $j = 1, \dots, N$. Elke saus wordt gemaakt door het mengen van M ingrediënten, genummerd van $i = 1, \dots, M$. Met $N > M$. Hoewel een zekere mate van vrijheid is toegestaan bij het maken van de sauzen, moet er voldaan worden aan de volgende eisen: elke saus moet voor tenminste 10% bestaan uit ingrediënt 1. Saus 2 moet voor tenminste 25% uit ingrediënt 3 bestaan. Verder eist *Burger Meister* dat er 4 maal zoveel van saus 1 geleverd moet worden als van saus 2. Per week kan ten hoogste b_i liter van ingrediënt i besteld worden [$i = 1, \dots, M$]. Manon kan tegen een prijs van w_j euro per liter van saus j net zoveel afzetten van de sauzen als dat zij produceert [$j = 1, \dots, N$]. Ingrediënt i kost een bedrag c_i euro per liter om in te kopen [$i = 1, \dots, M$].

4B) Formuleer dit probleem als een lineair programmeringsprobleem zodat Manon haar netto winst op de sauzen kan maximaliseren.

Hint: introduceer voor $i = 1, \dots, M$, $j = 1, \dots, N$ de beslissingsvariabelen:

x_{ij} = # liters van ingrediënt i dat Manon per week inkoopt voor saus j

-Einde Tentamen-