

Tentamen Inleiding Besliskunde I

14-12-2009, 15:15 - 18:00

REKENMACHINE ZONDER GEHEUGENOPSLAG IS TOEGESTAAN

Puntentoekenning

Dit tentamen bestaat uit 4 pagina's en uit 4 opgaven, waaruit 90 punten te behalen zijn.

Opgave	A	B	C	D	E	F
Opg. 1	15	5	-	-	-	-
Opg. 2	5	5	5	5	5	5
Opg. 3	10	-	-	-	-	-
Opg. 4	10	20	-	-	-	-

$$\text{Eindcijfer} = \min\{10, 1 + \text{puntentotaal}/10 + \text{Eventuele Huiswerkbonus}\}$$

Opgave 1: Duale Probleem

Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\max z = v$$

$$\text{onder } 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq v$$

$$9x_1 - 4x_2 - 2x_3 \geq v$$

$$2x_1 + x_2 + 8x_3 \leq 14$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, v \geq 0$$

1A) Formuleer het duale probleem van dit LP-probleem. *Hint: Zet eerst alle beslissingsvariabelen bij elke constraint aan de linkerkant van het ongelijkheidsteken.*

1B) Wat kan je zeggen over de optimale criteriumwaarde van het duale probleem als de optimale criteriumwaarde van het primale probleem gegeven is? *Hint: Deze vraag kan je ook beantwoorden als je vraag 1A niet of niet goed beantwoord hebt.*

Opgave 2: Gevoeligheidsanalyse

Kruiswijk N.V. heeft een contract getekend om 1000 trucks te produceren. Voor de productie heeft het bedrijf 4 locaties ter beschikking. Vanwege lokale omstandigheden zijn de kosten voor het produceren van een truck verschillend per locatie. De benodigde arbeidskracht en het benodigde materiaal voor het maken van een truck is ook verschillend per locatie. Deze gegevens betreffende de productie van een truck staan in de volgende tabel:

Locatie	Kosten (in 1000 euro)	Arbeidsuren	Eenheden Materiaal
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Voor de vier productielocaties tezamen zijn in totaal 3300 arbeidsuren ter beschikking en 4000 eenheden materiaal. De vakbond heeft in het contract geeist dat tenminste 400 trucks worden geproduceerd op locatie 3. De computer uitvoer voor dit probleem wordt hieronder gegeven. Gebruik deze uitvoer om een beargumenteerd antwoord te geven op de volgende vragen:

Objective Function :

$$\text{MIN } 15.0000 X_1 + 10.0000 X_2 + 9.0000 X_3 + 7.0000 X_4$$

Subject to :

1. $2.0000 X_1 + 3.0000 X_2 + 4.0000 X_3 + 5.0000 X_4 \leq 3300.0000$
2. $3.0000 X_1 + 4.0000 X_2 + 5.0000 X_3 + 6.0000 X_4 \leq 4000.0000$
3. $1.0000 X_3 \geq 400.0000$
4. $1.0000 X_1 + 1.0000 X_2 + 1.0000 X_3 + 1.0000 X_4 = 1000.0000$

Summary of Results

Value Objective Function : 11600.0000

Variable	Activity Level	Reduced Cost
-----	-----	-----
X1 :	400.0000	0.0000
X2 :	200.0000	0.0000
X3 :	400.0000	0.0000
X4 :	0.0000	7.0000

	Slack of Surplus	Shadow prices
	-----	-----
Constraint 1	300.0000	-0.0000
Constraint 2	0.0000	-5.0000
Constraint 3	0.0000	4.0000
Constraint 4	0.0000	30.0000

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowed Interval
-----	-----	-----
X1	15.0000	[11.5000 , Infinity]
X2	10.0000	[-Infinity , 12.0000]
X3	9.0000	[5.0000 , Infinity]
X4	7.0000	[0.0000 , Infinity]

Right-Hand-Side Ranges

Constraint	Current RHS	Allowed Interval
-----	---	-----
1.	3300.0000	[3000.0000 , Infinity]
2.	4000.0000	[3800.0000 , 4300.0000]
3.	400.0000	[0.0000 , 500.0000]
4.	1000.0000	[900.0000 , 1066.6667]

2A) Wat zijn de extra kosten voor het maken van 30 trucks meer?

2B) Wat gebeurt er met de optimale oplossing en de optimale criteriumwaarde als de productiekosten per truck op locatie 2 gelijk aan 12000 euro zouden zijn in plaats van aan 10000 euro?

2C) Met hoeveel zouden de kosten dalen als de vakbond haar eis van tenminste 400 trucks te produceren op locatie 3 zou laten vallen? Wat gebeurt er met de kosten als de eis zou worden verscherpt tot de eis dat tenminste 525 op locatie 3 worden geproduceerd?

2D) Stel dat het bedrijf over 100 extra eenheden materiaal zou kunnen beschikken tegen het inleveren van 200 arbeidsuren. Wat gebeurt er dan met de minimale totale kosten?

2E) Stel dat op locatie 1 de productie kosten 25% hoger zouden zijn, op locatie 2 de productie kosten met 50% hoger zouden zijn, en locatie 3 de productiekosten 10% hoger zouden zijn. Kun je een conclusie trekken over de (mogelijke) verandering van de optimale oplossing? Motiveer je antwoord.

2F) Stel dat ook nog een locatie 5 voor productie ter beschikking blijkt te zijn. Op deze locatie zijn voor een truck de productiekosten gelijk aan 2000 euro en er zijn 3 arbeidsuren en 5.5 eenheden materiaal nodig voor de productie van een truck. Is het zinvol deze locatie te gebruiken in de optimale oplossing? Motiveer je antwoord.

Opgave 3: Voorraadtheorie

De speciaalzaak *Babat & Boxelaar* verkoopt per jaar 3500 badeendjes, waarbij de vraag gelijkmatig over het jaar verspreid is. De winkel schat de jaarlijkse voorraadkosten op 18% van het in voorraad vastzittende kapitaal aan inkoopkosten. De badeend kost bij inkoop \$7 als er tenminste 350 badeendjes worden besteld, anders is de prijs \$7.50. Elke keer als de winkel een order plaatst bij de leverancier kost dat \$25.

Vraag: Wat is de optimale bestelgrootte?

-Z.O.Z.-

Opgave 4: Formuleren

Milou M. en Wouter K. spelen samen een spel. Milou heeft de beschikking over M kaarten en Wouter heeft de beschikking over N kleuren. Milou kiest een kaart zonder dat Wouter het ziet en Wouter kiest een kleur zonder dat Milou het ziet. Vervolgens maken beide spelers tegelijk hun keuze bekend. De uitbetaling voor de spelers hangt af van de gekozen kaart en gekozen kleur. Als Milou kaart i heeft gekozen en Wouter kleur j dan is de uitbetaling voor Milou a_{ij} euro [$i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N$]. Als dit spel heel vaak gespeeld gaat worden is de vraag welke gemengde strategie Milou moet volgen opdat zij zichzelf verzekert van een zo'n hoog mogelijk gemiddelde [verwachte] uitbetaling per spel op lange termijn ongeacht de strategie van Wouter.

4A) Geef de LP-formulering waarmee deze strategie gevonden kan worden.

Het bedrijf *Van Den Assum* produceert textielrollen met twee standaard breedtes: rollen van 90 cm en rollen van 120 cm. Elke rol is dus ofwel 90 cm lang ofwel 120 cm. Een klant van het bedrijf, ene Marten W., bestelt 70 rollen van 40 cm breedte en 60 rollen van 25 cm breedte. Deze kleinere breedtes moeten gesneden worden uit de standaardrollen. Het bedrijf kan bijvoorbeeld beslissen om een 120 cm rol op te snijden in één 40 cm rol en drie 25 cm rollen. We noemen dit een patroon. Dit patroon levert 5 cm snijafval op. Het bedrijf wil aan de order voldoen door de standaardrollen zodanig te snijden dat de totale hoeveelheid afval wordt geminimaliseerd. Naast het snijafval moeten ook overbodige rollen van de bestelde breedtes tot afval gerekend worden. Verder is er ook de eis dat je hoogstens 1.5 keer zoveel 40 cm rollen mag snijden ten opzichte van het totaal aantal 25 cm rollen dat je snijdt. Er is verder nog de eis dat voor elke rol van 90 cm die je produceert er minstens 2 rollen van 120 cm gemaakt moeten worden. Als laatste is er de eis dat je hoogstens 80 rollen van 25 cm gesneden mag hebben.

N.B.: Er zijn 3 patronen voor 90 cm rollen en 4 patronen voor 120 cm rollen.

Tip: Teken deze patronen.

4B) Formuleer dit probleem als een lineair programmeringsprobleem.

-Einde Tentamen-