

HERTENTAMEN INLEIDING BESLISKUNDE 1
19 februari 2009

REKENMACHINE is NIET TOEGESTAAN

Opgave 1

Beschouw het LP-probleem

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 5x_2 + 9x_3 \\ \text{onder} \quad & 9x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ & x_1 + 15x_2 + 6x_3 \leq 25 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

- (a). Breng dit LP-probleem in de standaard basisvorm. Geef de startoplossing voor de simplex-algoritme en pas één iteratie toe om vanuit deze startoplossing een verbeterde basisoplossing te vinden. Geef op overzichtelijke en beargumenteerde wijze aan hoe u deze verbeterde basisoplossing construeert en wat de bijbehorende basisvorm van het LP-probleem is.
- (b). Wat zijn de nieuwe basisvariabelen? Wat zijn hun waarden en wat is de nieuwe criteriumwaarde? Hoe kun je van de nieuwe basisvorm aflezen of de gevonden oplossing optimaal is? Is dit hier het geval?
- (c). Formuleer van het oorspronkelijke LP-probleem (1) in ongelijkheidsvorm het duale LP-probleem. Wat kun je zeggen over de minimale criteriumwaarde van het duale probleem?

Opgave 2.

Je speelt met iemand het volgende spel een groot aantal keren. Iedere keer schrijven jij en je tegenspeler één van de drie getallen 1,2,3 gelijktijdig op een papertje op zonder dat de één kan zien wat de ander opschrijft. Daarna laten de spelers het opgeschreven getal aan elkaar zien. De verrekening tussen de twee spelers hangt af van de opgeschreven getallen. Hebben ze beiden hetzelfde getal opgeschreven, dan vindt geen verrekening plaats; anders wel. Het getal 1 wint van het getal 2 met een betaling van 7 euro van de verliezer aan de winnaar, het getal 2 wint van het getal 3 met een betaling van 5 euro van de verliezer aan de winnaar, en het getal 3 wint van het getal 1 met een betaling van 2 euro van de verliezer aan de winnaar. Welk type strategie gebruik je als je het spel een groot aantal keren zou spelen en je doel is je gemiddelde opbrengst per spel zo groot mogelijk te maken? Formuleer op duidelijke wijze een LP- model waarmee jouw optimale strategie berekend kan worden. Geef duidelijk de betekenis van de gebruikte beslissingsvariabelen aan.

Opgave 3.

Holland Eviews heeft een contract getekend om 1000 nachtkijkers te leveren voor een vredesmissie. Voor de productie van de nachtkijkers heeft het bedrijf vier locaties ter beschikking. Vanwege locale omstandigheden zijn de kosten voor het produceren van een nachtkijker verschillend per locatie. De benodigde arbeidskracht en het benodigde materiaal voor het maken van een nachtkijker is ook verschillend per locatie. Deze gegevens betreffende de productie van een nachtkijker staan in de volgende tabel:

locatie	kosten	arbeidsuren	eenheden materiaal
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Voor de vier productielocaties tezamen zijn in totaal 3300 arbeidsuren ter beschikking en 4000 eenheden materiaal. De opdrachtgever heeft in het contract geëist dat tenminste 400 nachtkijkers worden geproduceerd op locatie drie. De computeruitvoer voor dit probleem staat op de volgende pagina. Gebruik deze uitvoer om een beargumenteerd antwoord te geven op de volgende vragen:

- Wat zijn de extra kosten voor het maken van 50 nachtkijkers meer?
- Wat gebeurt er met de optimale oplossing als de productiekosten per nachtkijker op locatie 2 gelijk aan 12 euro zouden zijn in plaats van aan 10 euro?
- Met hoeveel zouden de kosten dalen als de opdrachtgever haar eis van tenminste 400 nachtkijkers te produceren op locatie 3 zou laten vallen? Wat gebeurt er met de kosten als de eis zou worden verscherpt tot de eis dat tenminste 525 nachtkijkers op locatie 3 worden geproduceerd?
- Stel dat het bedrijf over 100 extra eenheden materiaal zou kunnen beschikken tegen het inleveren van 200 arbeidsuren. Wat gebeurt er dan met de minimale totale kosten?
- Stel dat op de locaties twee en drie de productiekosten per nachtkijker 20% hoger zouden zijn. Verandert de optimale oplossing dan?
- Stel dat ook nog een vijfde locatie voor productie ter beschikking blijkt te zijn. Op deze locatie zijn voor elke nachtkijker de productiekosten gelijk aan 7 euro en zijn 4 arbeidsuren en 5 eenheden materiaal nodig voor de productie van een nachtkijker. Is het zinvol deze locatie te gebruiken in de optimale oplossing?

Objective Function :

MIN 15.0000 X1 +10.0000 X2 +9.0000 X3 +7.0000 X4

Subject to :

1. 2.0000 X1 +3.0000 X2 +4.0000 X3 +5.0000 X4 <= 3300.0000
2. 3.0000 X1 +4.0000 X2 +5.0000 X3 +6.0000 X4 <= 4000.0000
3. 1.0000 X3 >= 400.0000
4. 1.0000 X1 +1.0000 X2 +1.0000 X3 +1.0000 X4 = 1000.0000

Summary of Results

Variable	Activity Level	Reduced Cost
X1	400.0000	0.0000
X2	200.0000	0.0000
X3	400.0000	0.0000
X4	0.0000	7.0000

	Slack of Surplus	Shadow prices
Constraint 1	300.0000	-0.0000
Constraint 2	0.0000	-5.0000
Constraint 3	0.0000	4.0000
Constraint 4	0.0000	30.0000

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowed Interval
X1	15.0000	[11.5000 , Infinity]
X2	10.0000	[-Infinity , 12.0000]
X3	9.0000	[5.0000 , Infinity]
X4	7.0000	[0.0000 , Infinity]

Right-Hand-Side Ranges

Constraint	Current RHS	Allowed Interval
1.	3300.0000	[3000.0000 , Infinity]
2.	4000.0000	[3800.0000 , 4300.0000]
3.	400.0000	[0.0000 , 500.0000]
4.	1000.0000	[900.0000 , 1066.6667]

Opgave 4.

De handelaar Koos Zwart maakt regelmatig trips tussen Amsterdam en Johannesburg om in Zuid-Afrika diamantvijsel in te kopen. Voor dit vijsel heeft Koos een constante afzet in Amsterdam onder meer bij een fabrikant Antikraak van fietssloten. De constante afzet in Amsterdam is 50 gram diamantvijsel per week en Koos zorgt voor een stipte levering. De trip naar Johannesburg neemt precies één week in beslag. De vaste kosten per trip zijn € 1800 en de inkoopkosten per gram diamantvijsel is € 100. In Amsterdam wordt het diamantvijsel tegen € 500 per gram afgezet. Voor elke gram vijsel in voorraad worden per week voorraadkosten gemaakt die gelijk zijn aan 0.5% van de inkoopkosten.

(a) Bij welk voorraadniveau moet Koos naar Johannesburg vliegen en hoeveel moet hij daar dan inkopen opdat zijn gemiddelde kosten minimaal zijn?

(b) Beantwoord bovenstaande vraag ook voor het geval dat Koos een korting van 19% krijgt op de inkoopkosten als hij meer dan 650 gram tegelijk inkoopt.

(c) Veronderstel nu dat Koos wil stoppen met de handel. Koos heeft echter zijn trouwste klant -de fabrikant Antikraak van fietssloten- toegezegd aan het begin van elk van de komende vijf weken de respectievelijke hoeveelheden $D_1 = 220$, $D_2 = 280$, $D_3 = 360$, $D_4 = 140$ en $D_5 = 270$ gram diamantvijsel te leveren. Voor deze leveringen hoeft hij niet naar Johannesburg, maar kan hij aan het begin van elke week terecht op een adresje in Amsterdam. Dit adres rekent Koos € 250 aan vaste kosten bij elke inkoop en € 200 per ingekochte gram. De rentekosten van in voorraad geïnvesteerd kapitaal zijn opnieuw 0.5% per week. Bereken met de Silver-Meal heuristiek hoe Koos voor de komende vijf weken te werk moet gaan als zijn huidige voorraad nul is.

Puntentoekening: elke opgave 18 punten

opgave 1(a) 8 punten, 1(b),(c) elk 5 punten

opgave 2 18 punten

opgave 3(a)-(f), elk onderdeel 3 punten,

opgave 4 (a)(b)(c) elk 6 punten

Eindcijfer

$$1 + \frac{\text{totale aantal punten}}{8} \quad (\text{plus eventueel bonus 0.5 punt}).$$