

DEELTENTAMEN D2 INLEIDING BESLISKUNDE

20 december 2006, 15.15 - 17.15 uur (rekenmachine is toegestaan)

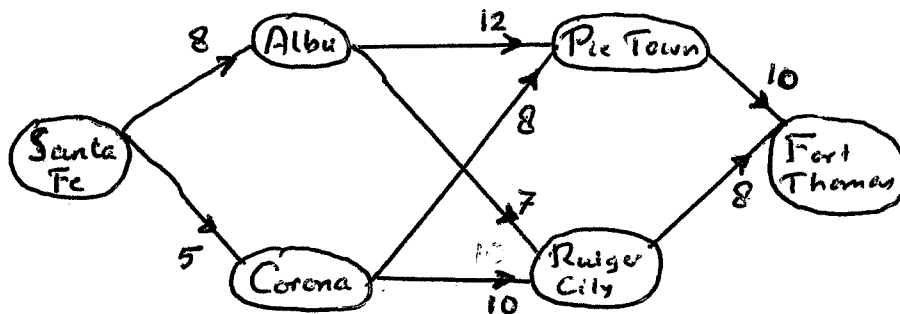
Cijfer van deeltentamen exclusief bonus en vóór afronding:

$$\max \left(1, \frac{\text{aantal behaalde punten}}{8} \right).$$

Opgave 1 (1(a): 10 punten, 1(b) 10 punten).

~~In het Wilde Westen was het reizen per postkoets een riskante aangelegenheid.~~ Een reis van Santa Fe naar Fort Thomas nam destijds drie dagen in beslag. De mogelijke routes worden in onderstaande figuur gegeven. De geliefde country-zangeres Lilian Song uit Santa Fe moet optreden in Fort Thomas. Ze vraagt je haar te helpen om met dynamische programmering (naast zang haar lievelingsonderwerp) te bepalen wat de beste route is die ze kan nemen. De getallen bij de pijlen geven de afstanden aan gemeten in Indiaanse prairiemijlen.

- (a). Stel dat Lilian de route wil weten waarvoor de totale reisafstand minimaal is. Bereken deze voor haar met dynamische programmering (dus *niet* met Dijkstra). Voor u aan het rekenen slaat, definieer op de duidelijke wijze de waardefunctie en schets de algemene vorm van de recursierelatie.
- (b). Grillig als Lilian is, verandert ze haar mening en om haar tere lichaam zoveel te sparen op de hobbelige wegen, wil ze nu de route nemen waarvoor de grootste afstand die op één dag wordt afgelegd zo klein mogelijk is. Bereken deze route voor haar met dynamische programmering. Voor u aan het rekenen slaat, definieer op de duidelijke wijze de waardefunctie en schets de algemene vorm van de recursierelatie. Is er ook een andere methode om de route te vinden waarvoor de grootste reisafstand op één dag minimaal is? Wat is deze methode en hoe gaat die methode in zijn werk (u hoeft de berekeningen niet uit te voeren, maar kunt volstaan met aan te geven hoe de methode werkt).



Opgave 2 (2(a):12 punten, 2(b) 8 punten)

- (a). Beschouw een acyclisch netwerk met knooppunten $M, M - 1, \dots, 0$ waarin een minimale kostenpad wordt gezocht van knooppunt M naar knooppunt 0 . De kosten van het doorlopen van de directe verbinding van knooppunt i naar knooppunt j ($j < i$) zijn c_{ij} . Formuleer een dynamisch programmeringsalgoritme om dit minimale kostenpad te vinden. Geef duidelijk de betekenis van de waardefunctie aan. Hoe moeten de waardefunctie en de recursierelatie worden aangepast als de eis is dat het pad van beginpunt M naar eindpunt 0 uit hooguit r pijlen mag bestaan met r gegeven?
- (b). Veronderstel dat je aan iemand M geldseenheden verschuldigd bent. In je bezit heb je a verschillende muntsoorten die genummerd zijn als $k = 1, 2, \dots, a$, waarbij d_k geldseenheden worden vertegenwoordigd door elk exemplaar van muntsoort k . Van elke muntsoort heb je een voldoende groot aantal exemplaren in je bezit. De persoon aan wie je het geldsbedrag M verschuldigd bent, wil dit bedrag van je krijgen met een minimaal aantal munten. Formuleer dit als een kortste-pad probleem op een acyclisch netwerk, waarbij je duidelijk de betekenis van de knooppunten en de pijlen omschrijft.

Opgave 3 (3(a) 8 punten, 3(b) 4 punten, 3(c) 8 punten).

De Oudhollandsche Backerij van Piet Commandeur, gevestigd in Heerhugowaard, is wijd en zijd bekend om zijn boterkoekjes. Om aan de vraag naar deze koekjes te voldoen is dagelijks 40 pond boter nodig die Commandeur betreft van de provinciale groothandel Rogigo. Per bestelling rekent Rogigo € 30 aan administratieve kosten terwijl de inkoopprijs van boter € 1,50 is per pond. De levertijd van Rogigo is 2 dagen. Tenslotte schat Commandeur in dat de voorraadkosten van boter dagelijks 4% zijn over de inkoopprijs. Piet Commandeur wil de totale kosten per dag minimaliseren onder de restrictie dat hij altijd aan de vraag naar de boterkoekjes kan voldoen.

- (a). Welk voorraadmodel is hier van toepassing? Hoe luidt de formule voor de optimale bestelgrootte? Definieer hierin alle parameters. Bereken met deze formule de bestelgrootte voor Commandeur.
- (b). Veronderstel dat Rogigo een korting geeft van 20 % op de inkoopprijs als Commandeur minstens 220 pond per keer besteld. Wat is nu de optimale bestelgrootte?

- (c). Iedere eerste week van augustus is er kermis in Heerhugowaard en de enorme toeloop doet de plaatselijke Albert Heijn besluiten ook boterkoekjes te verkopen. Albert Heijn koopt de kant-en-klare koekjes bij Commandeur die daardoor zo veel meer moet bakken dat hij weet dat hij de volgende hoeveelheden boter nodig heeft in die dagen (inclusief de dagelijkse 40 pond):

1 aug	2 aug	3 aug	4 aug	5 aug	6 aug
120	100	200	150	125	120

Beschrijf eerst in algemene termen de heuristiek van Silver-Meal om een goede (sub-optimale) oplossing te vinden voor dit type probleem. Bereken met deze heuristiek een bestelstrategie voor Piet Commandeur.

Opgave 4 (4(a) 12 punten, 4(b) 8 punten).

- (a). Beschouw een gericht netwerk met n knooppunten $N_1, \dots, N_n$, waarbij het positieve getal c_{ij} de directe afstand geeft van knooppunt N_i naar knooppunt N_j . Formuleer op preciese wijze in algemene termen hoe het algoritme van Dijkstra werkt. Beantwoord daarna de volgende vraag. Stel dat in plaats van de c_{ij} 's bij elke pijl (N_i, N_j) een getal p_{ij} tussen 0 en 1 gegeven is, waarbij p_{ij} de kans aangeeft dat een boodschap op de verbinding (N_i, N_j) onderschept wordt als de boodschap langs deze verbinding zou gaan. Je wilt het pad vinden van beginpunt N_1 naar eindpunt N_n waarvoor met maximale kans de boodschap niet ergens langs het pad onderschept wordt. Hoe moet je de c_{ij} 's kiezen zodat dit probleem wordt teruggebracht tot het standaard Dijkstra probleem?
- (b). Beschouw een routeringsprobleem waarin n klanten moeten worden beleverd vanuit een centraal depot waar een voldoende groot aantal vrachtwagens beschikbaar zijn. Elke vrachtwagen heeft een gegeven capaciteit en voor elke klant weten we het capaciteitsbeslag van de goederen die de klant geleverd wil hebben, waarbij de eis is dat elke klant al zijn gevraagde goederen door slechts één vrachtwagen geleverd krijgt. De reisafstanden c_{i0} tussen de klanten en het centraal depot en de reisafstanden c_{ij} tussen de klanten onderling zijn gegeven. Beschrijf in algemene termen de Clarke en Wright heuristiek om te bepalen hoeveel vrachtwagens ingezet moeten worden en voor elke ingezette vrachtwagen welke klanten aan die vrachtwagen worden toegewezen.