

TENTAMEN INLEIDING BESLISKUNDE

26 oktober 2006, 8.45-10.45 uur

REKENMACHINE is NIET TOEGESTAAN

Opgave 1

Beschouw het LP-probleem

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + 5x_2 + 9x_3 \\ \text{onder} & 9x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ & x_1 + 15x_2 + 6x_3 \leq 25 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \quad (1)$$

- (a). Breng dit LP-probleem in de standaard basisvorm. Geef de startoplossing voor de simplex-algoritme en pas **één** iteratie toe om vanuit deze startoplossing een verbeterde basisoplossing te vinden. Geef op overzichtelijke en beargumenteerde wijze aan hoe u deze verbeterde basisoplossing construeert en wat de bijbehorende basisvorm van het LP-probleem is.
- (b). Wat zijn de nieuwe basisvariabelen? Wat zijn hun waarden en wat is de nieuwe criteriumwaarde? Hoe kun je van de nieuwe basisvorm aflezen of de gevonden oplossing optimaal is? Is dit hier het geval?
- (c). Formuleer van het oorspronkelijke LP-probleem (1) in ongelijkheidsvorm het duale LP-probleem. Wat kun je zeggen over de minimale criteriumwaarde van het duale probleem?

Opgave 2.

Je speelt met iemand het volgende spel een groot aantal keren. Iedere keer schrijven jij en je tegenspeler één van de drie getallen 1,2,3 gelijktijdig op een papertje op zonder dat de één kan zien wat de ander opschrijft. Daarna laten de spelers het opgeschreven getal aan elkaar zien. De verrekening tussen de twee spelers hangt af van de opgeschreven getallen. Hebben ze beiden hetzelfde getal opgeschreven, dan vindt geen verrekening plaats; anders wel. Het getal 1 wint van het getal 2 met een betaling van 7 euro van de verliezer aan de winnaar, het getal 2 wint van het getal 3 met een betaling van 5 euro van de verliezer aan de winnaar, en het getal 3 wint van het getal 1 met een betaling van 2 euro van de verliezer aan de winnaar. Welk type strategie gebruik je als je het spel een groot aantal keren zou spelen en je doel is je gemiddelde opbrengst per spel zo groot mogelijk te maken? Formuleer op duidelijke wijze een LP- model waarmee jouw optimale strategie berekend kan worden. Geef duidelijk de betekenis van de gebruikte beslissingsvariabelen aan.

Opgave 3.

Holland EvIEWS heeft een contract getekend om 1000 nachtkijkers te leveren voor een vredesmissie. Voor de productie van de nachtkijkers heeft het bedrijf vier locaties ter beschikking. Vanwege lokale omstandigheden zijn de kosten voor het produceren van een nachtkijker verschillend per locatie. De benodigde arbeidskracht en het benodigde materiaal voor het maken van een nachtkijker is ook verschillend per locatie. Deze gegevens betreffende de productie van een nachtkijker staan in de volgende tabel:

locatie	kosten	arbeidsuren	eenheden materiaal
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Voor de vier productielocaties tezamen zijn in totaal 3300 arbeidsuren ter beschikking en 4000 eenheden materiaal. De opdrachtgever heeft in het contract geëist dat tenminste 400 nachtkijkers worden geproduceerd op locatie drie. De computeruitvoer voor dit probleem staat op de volgende pagina. Gebruik deze uitvoer om een beargumenteerd antwoord te geven op de volgende vragen:

- (a). Wat zijn de extra kosten voor het maken van 50 nachtkijkers meer?
- (b). Wat gebeurt er met de optimale oplossing als de productiekosten per nachtkijker op locatie 2 gelijk aan 12 euro zouden zijn in plaats van aan 10 euro?
- (c). Met hoeveel zouden de kosten dalen als de opdrachtgever haar eis van tenminste 400 nachtkijkers te produceren op locatie 3 zou laten vallen? Wat gebeurt er met de kosten als de eis zou worden verscherpt tot de eis dat tenminste 525 nachtkijkers op locatie 3 worden geproduceerd?
- (d). Stel dat het bedrijf over 100 extra eenheden materiaal zou kunnen beschikken tegen het inleveren van 200 arbeidsuren. Wat gebeurt er dan met de minimale totale kosten?
- (e). Stel dat op de locaties twee en drie de productiekosten per nachtkijker 20% hoger zouden zijn. Verandert de optimale oplossing dan?
- (f). Stel dat ook nog een vijfde locatie voor productie ter beschikking blijkt te zijn. Op deze locatie zijn voor elke nachtkijker de productiekosten gelijk aan 7 euro en zijn 4 arbeidsuren en 5 eenheden materiaal nodig voor de productie van een nachtkijker. Is het zinvol deze locatie te gebruiken in de optimale oplossing?

Objective Function :

MIN 15.0000 X1 +10.0000 X2 +9.0000 X3 +7.0000 X4

Subject to :

1. 2.0000 X1 +3.0000 X2 +4.0000 X3 +5.0000 X4 <= 3300.0000
2. 3.0000 X1 +4.0000 X2 +5.0000 X3 +6.0000 X4 <= 4000.0000
3. 1.0000 X3 >= 400.0000
4. 1.0000 X1 +1.0000 X2 +1.0000 X3 +1.0000 X4 = 1000.0000

Summary of Results

Variable	Activity Level	Reduced Cost
-----	-----	-----
X1 :	400.0000	0.0000
X2 :	200.0000	0.0000
X3 :	400.0000	0.0000
X4 :	0.0000	7.0000

	Slack of Surplus	Shadow prices
	-----	-----
Constraint 1	300.0000	-0.0000
Constraint 2	0.0000	-5.0000
Constraint 3	0.0000	4.0000
Constraint 4	0.0000	30.0000

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowed Interval
-----	-----	-----
X1	15.0000	[11.5000 , Infinity]
X2	10.0000	[-Infinity , 12.0000]
X3	9.0000	[5.0000 , Infinity]
X4	7.0000	[0.0000 , Infinity]

Right-Hand-Side Ranges

Constraint	Current RHS	Allowed Interval
-----	---	-----
1.	3300.0000	[3000.0000 , Infinity]
2.	4000.0000	[3800.0000 , 4300.0000]
3.	400.0000	[0.0000 , 500.0000]
4.	1000.0000	[900.0000 , 1066.6667]

Opgave 4

Je hebt 10 goudstukken $1, 2, \dots, 10$ met waardes $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ en je wordt gevraagd deze 10 goudstukken zo eerlijk mogelijk te verdelen tussen twee personen zodat het verschil tussen de totale waardes die de twee personen krijgen zo klein mogelijk is.

- (a). Formuleer dit als een geheeltallig LP-probleem. Geef duidelijk de betekenis van de gekozen beslissingsvariabelen aan.
- (b). Geef afzonderlijk voor elk van de onderstaande eisen aan hoe de geheeltallige LP-formulering moet worden uitgebreid om aan de betreffende eis te voldoen:
 - als persoon 1 goudstuk 3 krijgt, dan moet persoon 2 goudstuk 5 krijgen
 - als persoon 1 goudstuk 2 krijgt, dan moet persoon 2 de goudstukken 7 en 8 krijgen
 - als persoon 1 goudstuk 5 zou krijgen, dan kan hij hooguit twee van de goudstukken 1, 3, 8 en 9 krijgen.

Puntentoekening: elke opgave 18 punten

opgave 1(a) 8 punten, 1(b),(c) elk 5 punten

opgave 2 18 punten

opgave 3(a)-(f), elk onderdeel 3 punten,

opgave 4(a)-(b), elk onderdeel 9 punten.

Eindcijfer

$$1 + \frac{\text{totale aantal punten}}{8} \quad (\text{plus eventueel bonus 0.5 punt}).$$